

UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**EFICÁCIA E COMPORTAMENTO DO TEMPO DE IMUNIDADE EM UM MODELO DE
DESCONTAMINAÇÃO DE RETICULADOS POR AUTÔMATOS CELULARES**

SÃO PAULO

2013

MARCELO ARBORI NOGUEIRA

**EFICÁCIA E COMPORTAMENTO DO TEMPO DE IMUNIDADE EM UM MODELO DE
DESCONTAMINAÇÃO DE RETICULADOS POR AUTÔMATOS CELULARES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Presbiteriana Mackenzie, como parte das exigências para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica, com concentração em Engenharia de Computação.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Paulo Balbi de Oliveira

SÃO PAULO

2013

N778e

Nogueira, Marcelo Arbori

Eficácia e comportamento do tempo de imunidade em um modelo de descontaminação de reticulados por autômatos celulares. / Marcelo Arbori Nogueira – São Paulo, 2013.

105 f.; 30 cm.

Dissertação (Programa de Pós-Graduação (Stricto Sensu) em Engenharia Elétrica) - Universidade Presbiteriana Mackenzie - São Paulo, 2013.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Paulo Balbi de Oliveira

Bibliografia: f. 74-75

1. Autômatos celulares. 2. Descontaminação de rede. 3. Tempo de imunidade. 4. GPU. 5. CUDA. I.Título.

CDD 621.3

TERMO DE APROVAÇÃO

MARCELO ARBORI NOGUEIRA

EFICÁCIA E COMPORTAMENTO DO TEMPO DE IMUNIDADE EM UM MODELO DE DESCONTAMINAÇÃO DE RETICULADOS POR AUTÔMATOS CELULARES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, como parte das exigências para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica, com concentração em Engenharia de Computação. Julgada pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. Pedro Paulo Balbi de Oliveira – Orientador

Prof. Dr. Nizam Omar – Membro Interno

Prof. Dr. Guilherme Palermo Coelho – Membro Externo

Aos meus familiares e amigos

Dedico

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiro a Deus por me proporcionar saúde, oportunidade e determinação para esta caminhada tão importante. Agradeço ao apoio moral e também financeiro de meus pais, com os quais eu aprendi a importância do estudo. Agradeço à minha esposa por ter compreendido a importância desta caminhada.

Agradeço ao meu orientador pela paciência, dedicação e na correção de rumo nos momentos importantes.

Eu não posso esquecer-me de agradecer aos parentes e amigos por todas as palavras de incentivo que me deram desde o início e a felicidade que mostraram desde o início com o desafio que me impus. Estas palavras também me incentivaram a continuar firme no caminho, pois não queria decepcionar a ninguém.

Peço que Deus abençoe a todos que me incentivaram ao longo desta caminhada.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	v
RESUMO.....	1
ABSTRACT	2
1 INTRODUÇÃO	3
2 O PROBLEMA DE DESCONTAMINAÇÃO DE REDE	7
2.1 Descontaminação via Agentes Móveis	9
2.2 Descontaminação via Autômato Celular Móvel.....	11
2.3 Autômatos Celulares Bidimensionais.....	12
2.4 Descontaminação de Reticulados por Autômato Celular Bidimensional.....	16
2.5 Assuntos Correlatos ao Processo de Descontaminação.	30
3 ANÁLISE DA EFICÁCIA DAS REGRAS ÓTIMAS ATRAVÉS DAS CONDIÇÕES INICIAIS POSSÍVEIS	33
3.1 Definição da Eficácia das Regras Ótimas.....	34
3.2 Descontaminação Básica Usando Autômatos Celulares	35
3.3 Descontaminação Temporal Usando Autômatos Celulares.....	38
3.4 Conclusão Sobre a Eficácia das Regras.....	45
4 DEFINIÇÃO DE REGRAS GENÉRICAS DAS VIZINHANÇAS E SUAS EFICÁCIAS PARA AS CONDIÇÕES INICIAIS DE REFERÊNCIA	47
4.1 Transições de Estado Associadas ao tipo de Vizinhaça	47
4.2 Eficácia da Regra Genérica de von Neumann	52
4.3 Eficácia da Regra Genérica de Moore	55
4.4 Comparação da Eficácia das Regras Genéricas e Regras Ótimas.....	57
5 ESTUDO DAS CARACTERÍSTICAS DAS REGRAS GENÉRICAS PARA AS VIZINHANÇAS DE MOORE E VON NEUMANN	59
5.1 Cálculo da Eficácia para Distribuição Normal de Estados no Reticulado	59
5.2 Cálculo da Eficácia para Distribuição Uniforme de Estados no Reticulado	63
5.3 Comportamento do Tempo de Imunidade para as Regras Genéricas de Moore e von Neumann	67
6 CONCLUSÃO E EXTENSÕES POSSÍVEIS	72
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	74
APÊNDICE A.....	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resumo dos resultados para descontaminação usando agentes móveis (Daadaa, 2012)....	10
Tabela 2: Resumo da descontaminação por autômato celular móvel (Daadaa, 2012).	12
Tabela 3: Nomenclatura e codificação para os estados das células.	17
Tabela 4: Exemplo de transições de estado para uma vizinhança de Moore na primeira linha e para uma vizinhança de von Neumann na segunda linha.....	18
Tabela 5: Regra para a descontaminação básica em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 1 (Daadaa, 2012).....	20
Tabela 6: Regra para a descontaminação básica em um autômato celular bidimensional com condição de contorno periódica e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 2 (Daadaa, 2012).	21
Tabela 7: Regra para a descontaminação temporal com uma única célula descontaminando em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 3 (Daadaa, 2012).....	23
Tabela 8: Regra para a descontaminação temporal com duas células descontaminando em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 4 (Daadaa, 2012).....	24
Tabela 9: Regra para a descontaminação temporal com quatro células descontaminando em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 4 (Daadaa, 2012).....	25
Tabela 10: Regra para descontaminação temporal com múltiplas células descontaminando em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de Moore, referente ao Teorema 5 (Daadaa, 2012).	26
Tabela 11: Regra para descontaminação temporal com múltiplas células descontaminando em um autômato celular com vizinhança de Moore, referente ao Teorema 7 (Daadaa, 2012).	29
Tabela 12: Resumo dos resultados da utilização do modelo de autômato celular (Daadaa, 2012)....	30
Tabela 13: Codificação dos modelos.....	33
Tabela 14: Transições adicionais para obter a dinâmica de descontaminação esperada.	42
Tabela 15: Regras adicionais para se descontaminar o ambiente 5x5 proposto.	43
Tabela 16: Novas transições de estado para a descontaminação do Teorema 7.....	44
Tabela 17: Eficácia das regras definidas por Daadaa (2012).....	46
Tabela 18: Aderência das transições das regras do Teorema 1 às descrições 1 e 2 da regra genérica.	48
Tabela 19: Aderência das transições das regras do Teorema 2 às descrições 1 e 2 da regra genérica.	48
Tabela 20: Aderência das transições das regras do Teorema 3 às descrições 1 e 2 da regra genérica.	48
Tabela 21: Aderência das transições das regras do Teorema 4, para 2 célula descontaminando, às descrições 1 e 2 da regra genérica.....	49
Tabela 22: Aderência das transições das regras do Teorema 4, para 4 célula descontaminando, às descrições 1 e 2 da regra genérica.....	49
Tabela 23: Aderência das transições das regras do Teorema 5 às descrições 1 e 2 da regra genérica.	50
Tabela 24: Aderência das transições das regras do Teorema 7 às descrições 1 e 2 da regra genérica.	51
Tabela 25: Eficácia para a regra genérica de von Neumann.	55

Tabela 26: Eficácia para a regra genérica de Moore.....	57
Tabela 27: Eficácias para descontaminação de 300.000 condições iniciais aleatórias pelas regras genéricas de Moore e de von Neumann.....	61
Tabela 1: Resumo dos resultados para descontaminação usando autômato celular móvel (Daadaa, 2012).	11
Tabela 2: Resumo da descontaminação por agentes móveis (Daadaa, 2012).....	13
Tabela 1: Nomenclatura e codificação para os estados das células.	18
Tabela 2: Exemplo de transições de estado para uma vizinhança de Moore na primeira linha e para uma vizinhança de von Neumann na segunda linha.....	19
Tabela 3: Regra para a descontaminação básica em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 1 (Daadaa, 2012).....	21
Tabela 4: Regra para a descontaminação básica em um autômato celular bidimensional com condição de contorno periódica e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 2 (Daadaa, 2012).	22
Tabela 5: Regra para a descontaminação temporal com uma única célula descontaminando em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 3 (Daadaa, 2012).....	24
Tabela 6: Regra para a descontaminação temporal com duas células descontaminando em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 4 (Daadaa, 2012).....	25
Tabela 7: Regra para a descontaminação temporal com quatro células descontaminando em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 4 (Daadaa, 2012).....	26
Tabela 8: Regra para descontaminação temporal com múltiplas células descontaminando em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de Moore, referente ao Teorema 5 (Daadaa, 2012).	27
Tabela 9: Regra para descontaminação temporal com múltiplas células descontaminando em um autômato celular com vizinhança de Moore, referente ao Teorema 7 (Daadaa, 2012).	30
Tabela 10: Resumo dos resultados da utilização do modelo de autômato celular (Daadaa, 2012).....	31
Tabela 13: Codificação dos modelos.....	34
Tabela 14: Transições adicionais para obter a dinâmica de descontaminação esperada.	43
Tabela 15: Regras adicionais para se descontaminar o ambiente 5x5 proposto.	44
Tabela 16: Novas transições de estado para a descontaminação do Teorema 7.....	45
Tabela 17: Eficácia das regras definidas por Daadaa (2012).....	47
Tabela 18: Aderência das transições das regras do Teorema 1 às descrições 1 e 2 da regra genérica.....	49
Tabela 19: Aderência das transições das regras do Teorema 2 às descrições 1 e 2 da regra genérica.....	49
Tabela 20: Aderência das transições das regras do Teorema 3 às descrições 1 e 2 da regra genérica.....	49
Tabela 21: Aderência das transições das regras do Teorema 4, para 2 célula descontaminando, às descrições 1 e 2 da regra genérica.....	50
Tabela 22: Aderência das transições das regras do Teorema 4, para 4 célula descontaminando, às descrições 1 e 2 da regra genérica.....	50
Tabela 23: Aderência das transições das regras do Teorema 5 às descrições 1 e 2 da regra genérica.....	51
Tabela 24: Aderência das transições das regras do Teorema 7 às descrições 1 e 2 da regra genérica.....	52

Tabela 25: Eficácia para a regra genérica de von Neumann.....	56
Tabela 26: Eficácia para a regra genérica de Moore.....	58
Tabela 27: Eficácias para descontaminação de 300.000 condições iniciais aleatórias pelas regras genéricas de Moore e de von Neumann.....	62

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Tipos de vizinhança. À esquerda vizinhança de von Neumann e à direita vizinhança de Moore. Ambas com raio 1.....	13
Figura 2: Exemplo de transição de estado de uma célula central em um autômato celular de 3 estados.	14
Figura 3: Representação gráfica de condições de contorno fixa (à esquerda), e periódica (à direita). Note-se que na condição de contorno fixa, o reticulado está circundado por células no estado descontaminado.....	15
Figura 4: Reticulado apresentando condição inicial com 3 estados.	16
Figura 5: Descontaminação básica em um autômato celular bidimensional com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 1 (Daadaa, 2012).....	21
Figura 6: Descontaminação básica em um autômato celular bidimensional com condição de contorno periódica e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 2 (Daadaa, 2012).	22
Figura 7: Propagação de uma única célula descontaminando com tempo de imunidade e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 3 (Daadaa, 2012).....	23
Figura 8: Propagação de duas células descontaminando com tempo de imunidade e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 4 (Daadaa, 2012).....	24
Figura 9: Propagação de quatro células descontaminando com tempo de imunidade e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 4 (Daadaa, 2012).....	25
Figura 10: Propagação de uma única célula descontaminando, com tempo de imunidade e vizinhança de Moore, referente ao Teorema 5 (Daadaa, 2012).....	27
Figura 11: Propagação de múltiplas células descontaminando com tempo de imunidade e vizinhança de Moore, referente ao Teorema 5 (Daadaa, 2012).....	27
Figura 12: Propagação de múltiplas células descontaminando com tempo de imunidade em um autômato celular com condição de contorno periódico e vizinhança de Moore, referente ao Teorema 7 (Daadaa, 2012).	30
Figura 13: Diagrama de estados do modelo SIR.....	31
Figura 14: Na condição trivial as células descontaminando (em preto) são dispostas em um reticulado com células descontaminadas (em cinza).....	36
Figura 15: Exemplos de condições iniciais onde o ambiente foi reduzido à primeira e segunda colunas.	37
Figura 16: Exemplo de condição inicial que redundando na condição inicial de referência.	37
Figura 17: Condições iniciais que se comportam como a de referência, já que para condição de contorno fixa posições fora do reticulado são consideradas no estado 0.....	39
Figura 18: Exemplo de condição inicial que redundando na condição ótima para o modelo de autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de Moore.	40
Figura 19: Dinâmica de descontaminação esperada devido a aplicação da regra da Tabela 11.....	41
Figura 20: Dinâmica de descontaminação obtida para a regra do teorema 7.....	41
Figura 21: Ambiente 5×5 proposto para descontaminação com o conjunto de regras das Tabelas Tabela 11 e Tabela 14.....	42
Figura 22: Condição inicial que as transições das Tabelas Tabela 11 e Tabela 14 são capazes de descontaminar.	43
Figura 23: Dinâmica de descontaminação até $t_i = 4$ com a regra da Tabela 16.....	45

Figura 24: Representação das regras genéricas via autômato finito com três estados.	52
Figura 25: Comparativo entre os valores obtidos para as eficácias das regras ótimas e as regras genéricas.	58
Figura 26: Variação da eficácia para vizinhança de von Neumann com condição de contorno finito.	64
Figura 27: Variação da eficácia para vizinhança de von Neumann com condição de contorno periódico.	65
Figura 28: Variação da eficácia para vizinhança de Moore com condição de contorno finito.	65
Figura 29: Variação da eficácia para vizinhança de Moore com condição de contorno periódico.	66
Figura 30: Distribuição do tempo de imunidade para cinco concentrações de estados diferentes. Cada tripla representa as concentrações dos estados descontaminado, contaminado e descontaminando, respectivamente.	68
Figura 31: Distribuição de frequência do tempo de imunidade para as distribuições (10,89,1), (10,81,9), (10,73,17) , (10,65,25) e (10,57,33).	69
Figura 32: Probabilidade (p) do tempo de imunidade (t) para diferentes dimensões (n) do reticulado.	70
Figura 33: Mudança do tempo de imunidade mais provável devido ao aumento da área do reticulado.	71
Figura 34 - A GPU dedica quantidade muito maior de circuitos ao processamento de dados (nVidia, 2011).	77
Figura 35 - Dividir o problema em blocos de threads permite que uma GPU com mais núcleos execute mais rápido do que outra com menos núcleos, uma vez que cada bloco executa de forma independente (nVidia, 2011).	78
Figura 36 - Estrutura de dados utilizada na descontaminação de reticulados.	79

RESUMO

Autômatos celulares são modelos onde, a partir da aplicação de regras locais às células de seu reticulado, emerge um comportamento global. Dependendo da regra aplicada o comportamento emergente pode ser entendido como uma computação, ou utilizado para simular fenômenos físicos, biológicos, sociais, etc. Pode-se usar autômatos celulares para simular crescimento populacional, propagação de doenças, crescimento de tumores, descontaminação, entre outras aplicações.

O presente trabalho procura expandir limites teóricos a respeito do processo de descontaminação de reticulados bidimensionais por autômatos celulares, apresentado por Daadaa (2012). Flexibiliza-se aqui premissas lá assumidas e procura-se uma melhor compreensão sobre as características das regras envolvidas bem como do comportamento do tempo de imunidade de células recuperadas. Para tanto, uma vez que as possíveis condições iniciais configuram um espaço muito grande, foi empregada programação massivamente paralela utilizando GPU, permitindo avaliar um grande número de possibilidades.

Foi possível identificar duas regras de descontaminação, específicas para cada tipo de vizinhança estudada (vizinhanças de von Neumann e de Moore), que generalizam as regras anteriormente definidas no mesmo contexto do trabalho aqui tratado. Nos experimentos realizados, foi possível comparar a eficácia das regras propostas com as que lhes deram origem, e ficou evidente a eficácia superior das novas regras para condições iniciais aleatória; também foi possível constatar a eficácia das regras para distribuições uniformes de estados.

As regras gerais desenvolvidas permitiram melhor compreensão do tempo de imunidade necessário para descontaminar um reticulado. Foi possível observar que a relação do tempo de imunidade com o tamanho do reticulado não é linear como sugerido no trabalho de Daadaa.

Palavras-chave: Autômatos celulares, descontaminação de rede, tempo de imunidade, GPU, CUDA.

ABSTRACT

Cellular automata are models where, out of the application of a local rule to the cells of their regular lattice, global behaviour emerges. Depending on the rule applied, the emergent behaviour may be interpreted as a computation, or used to simulate various types of phenomena, such as physical, biological or social. Cellular automata can be used to simulate population growth, spread of disease, tumor growth, decontamination, among other applications.

This paper seeks to expand the theoretical limits on the process of decontamination of a two-dimensional lattice using cellular automata, as established by Daadaa (2012). Here we relax premises assumed therein and seek a better understanding of the characteristics of the rules involved as well as of the behaviour of the immunity time of the decontaminated cells. In order to do so, but since the initial conditions correspond to a very large space, massively parallel programming was employed using GPU, which allowed to evaluate a large number of possibilities.

It was possible to identify two decontamination rules linked to each type of neighborhood studied (von Neumann and Moore), that generalise previous rules defined in the work we relied upon. In experiments made with the new rules, their superior efficacy became apparent for random initial conditions; it was also possible to ascertain their effectiveness for uniform distribution of states.

The general rules allow we developed allowed for a better understanding of the immunity time required to decontaminate a lattice. It was observed that the ratio between the immunity time and the lattice size is not linear, as suggested by Daadaa.

Keywords: Cellular automata, network decontamination, immunity time, GPU, CUDA.

1 INTRODUÇÃO

A propagação de uma doença transmitida por um inseto vetor e a coleta de lixo em centros urbanos são trabalhos semelhantes na gerência dos recursos utilizados para se chegar ao fim desejado. Em ambos os casos os ambientes são discretos, pois os agentes de saúde percorrem casa por casa para espalhar o veneno que matará o vetor da doença e a coleta de lixo é feita em cada rua, passando por cada face dos quarteirões do logradouro por onde passa o caminhão de lixo.

Nos dois casos há recursos dispostos no ambiente em suas unidades, isto é, as casas ou quarteirões. Cada unidade se encontra em determinado estado num instante inicial, e precisa ser alterado para um estado alvo. Mas a transição entre esses estados não é repentina, pois passa por um estado intermediário. Um determinado quarteirão pode estar no estado *lixo não coletado*, permanece um tempo no estado *coletando lixo* para no fim chegar ao estado *lixo coletado*.

Depois de decorrido um tempo arbitrário, também há a possibilidade de uma unidade do ambiente voltar ao estado inicial, devido à influência de uma unidade vizinha que ainda esteja no estado inicial. Por exemplo, uma área onde foi disseminado veneno voltar a apresentar a presença do inseto vetor. Para se evitar o retorno ao estado inicial é necessário garantir uma fronteira que impeça o contato entre unidades nos estados inicial e final. Nesta fronteira todas as unidades do ambiente permanecem no estado intermediário. Esta não sofre influência de unidades vizinhas no estado inicial.

As duas atividades descritas – coleta de lixo e combate a insetos – guardam analogia com o processo abstrato de descontaminação de redes estudado por Daadaa (2012), onde o processo de descontaminação foi analisado utilizando três modelos: Autômatos Celulares, Agentes Móveis e Agentes Móveis Celulares. Definindo premissas rígidas para cada modelo, Daadaa (2012) estabeleceu estratégias de descontaminação e provou que tais estratégias são ótimas do ponto de vista computacional, minimizando o uso de memória e o tempo de processamento. A condição ótima da estratégia está ligada à ação de entidades que

se movem pelo ambiente. Tais entidades são os agentes móveis ou células em estado específico, e quanto menor o número de entidades, menor será o uso de memória e de processamento para obter a descontaminação.

Este trabalho foca na pesquisa relatada por Daadaa (2012) e busca ampliar seus resultados teóricos, tratando de forma mais flexível algumas de suas premissas para melhor entender dois aspectos do modelo baseado em autômato celular lá tratado:

- A capacidade de descontaminação das regras propostas, e
- O comportamento do tempo de imunidade em situações distintas.

As regras dos autômatos celulares configuram a estratégia de descontaminação, enquanto o tempo de imunidade é o intervalo de tempo durante o qual uma célula não sofre influência de células vizinhas, permanecendo não infectada.

Apesar da metáfora de ‘descontaminação’ utilizada aqui e em Daadaa (2012), é importante esclarecer que ambos os trabalhos não tratam de uma aplicação propriamente dita, dada a abordagem mais abstrata em que ambos se baseiam.

O autômato celular utilizado possui 3 estados, representando os estados *contaminado*, *descontaminando* e *descontaminado*. Toda célula no estado *descontaminando* passa para o estado *descontaminado* no momento seguinte. A princípio, todo o ambiente – o reticulado do autômato celular – está contaminado e células no estado *descontaminando* são postas em posições pré-definidas segundo a estratégia de descontaminação em foco. Cada célula do reticulado possui uma vizinhança que define como as células estão em contato com outras. Neste trabalho dois tipos de vizinhança são consideradas (a vizinhança de Moore e a de von Neumann). O tipo de vizinhança é um ponto importante na definição da estratégia de descontaminação que é a regra utilizada pelo autômato celular.

Antes de investigarmos a eficácia das regras do Daadaa (2012) e o comportamento do tempo de imunidade, no Capítulo 0 serão abordados os aspectos teóricos envolvendo autômatos celulares bidimensionais, os modelos definidos por Daadaa (2012) e por fim a ligação deste trabalho com temas correlatos na literatura.

Para obter melhor compreensão da capacidade das regras propostas por Daadaa (2012), no Capítulo 0a disposição dos estados no ambiente (isto é, o reticulado do autômato celular) foi flexibilizada criando-se conjuntos de condições iniciais (a disposição inicial de estados no reticulado), para cada regra definida por Daadaa (2012). Foi possível estabelecer a eficácia de cada regra fazendo uma proporção entre a quantidade de condições iniciais no conjunto com o número de condições iniciais que a regra foi capaz de descontaminar.

Definida a eficácia de cada regra proposta por Daadaa (2012), as transições de estado utilizadas no processo de descontaminação foram analisadas e foi possível descrever, no Capítulo 4, uma regra genérica para o processo de descontaminação. Aplicada a um reticulado com uma vizinhança definida, Moore ou von Neumann, se obtém duas regras genéricas relacionadas às vizinhanças usadas neste trabalho.

Tais regras foram estabelecidas por análise do processo de descontaminação das regras definidas em Daadaa (2012), generalizando-as; com isso, não estão associadas a elas condições iniciais específicas ou um tempo de imunidade. As regras foram então aplicadas às mesmas condições iniciais das regras apresentadas em Daadaa (2012), com os mesmos tempos de imunidade, e observou-se eficácia consideravelmente maior na maioria dos casos.

Por fim as regras genéricas foram aplicadas a quantidade fixa de condições iniciais com distribuições normal e uniforme de estados. Desta forma foi possível determinar a eficácia destas regras para os dois tipos de distribuição.

Como não existe um tempo de imunidade associado às regras genéricas, semelhante às regras de Daadaa (2012), tentativas de descontaminação foram feitas com valores crescentes para o tempo de imunidade, adotando-se o menor deles como o tempo de imunidade necessário para descontaminar o reticulado. Isso permitiu observar o comportamento do tempo de imunidade quando se varia a concentração de estados no reticulado e quando se aumenta o tamanho do reticulado.

Os resultados obtidos se beneficiaram do uso de programação massivamente paralela utilizando a GPU da nVidia e o framework *Compute Unified Device Architecture* (CUDA). Devido ao fato de a quantidade de possibilidades ser muito grande, um processamento linear ou mesmo paralelo na CPU dificultaria a obtenção dos resultados observados. A utilização da GPU para processamento geral mostrou-se uma ferramenta útil no trato das transições de estado dos autômatos celulares. Os detalhes da forma como a tecnologia foi utilizada estão no Apendice A.

2 O PROBLEMA DE DESCONTAMINAÇÃO DE REDE

Observadas certas condições a descontaminação de rede é um caso particular do problema genérico de busca em grafo. Os nós da rede estão conectados em sua vizinhança, semelhante aos nós de um grafo unidos pelas arestas. Em geral a inspiração para modelar uma solução para o problema de descontaminação são sistemas distribuídos e rede de computadores. Mas o mesmo modelo de descontaminação pode ser usado no combate a pragas ou limpeza urbana. Outras aplicações são possíveis, como por exemplo, mapear informações em uma rede de computadores, onde cada máquina é um nó da rede que já pode ter sido verificado ou não.

As aplicações são amplas, mas a literatura mostra poucas variações quanto à modelagem. Em geral a descontaminação pode ser externa, quando agentes se movem pelo ambiente descontaminando as células da rede, ou interna, onde as próprias células possuem a computação necessária para mudar seu estado de *Contaminado* para *Descontaminado*. No caso da descontaminação externa os agentes podem se comunicar um com os outros e se estabelece um protocolo para esta comunicação. Além disso, eles podem estar inseridos em um ambiente seguro ou não seguro.

A ação dos agentes no ambiente está ligada ao problema de exploração. De modo geral os agentes não conhecem o ambiente onde foram postos e os movimentos e computação que realizam, propicia no fim do processo o conhecimento do ambiente.

Supondo um ambiente seguro com nós e arestas identificadas com identificadores distintos. Neste caso um mapa do ambiente pode ser obtido quando o agente conhecer a localização de todos os nós. A movimentação dos agentes normalmente é livre, mas se pode modelar um ponto de retorno no qual os agentes sempre devem voltar (podendo ser uma simulação de reabastecimento). As pesquisas nesta área buscam minimizar o movimento do agente, a quantidade de arestas percorridas e a quantidade de memória utilizada (Albers and, Henzinger, 1997; Awerbuch, et al. 1999).

Quando os nós são anônimos e as arestas são identificadas a exploração do ambiente é impossível se os nós não puderem ser marcados. Ou seja, apesar de os nós não serem identificados, para solucionar o problema de exploração é necessário marcá-los de alguma forma. Exceção para o caso do grafo representar uma árvore. Diferentes modelos de marcação dos nós foram propostos para solucionar o problema de exploração. (Diks, et al. 2002; Fraigniaud, et al. 2006; Bender, et al. 2002).

Os agentes podem ser modelados utilizando autômatos finitos e neste aspecto é semelhante aos modelos Agentes Moveis e Agentes Moveis Celulares apresentados por Daadaa (2012). No modelo Agentes Moveis Celulares os agentes observam os estados das células, o que é semelhante ao movimento por um grafo com nós anônimos, porém, previamente marcados. (Fraigniaud, et al. 2005)

Há poucos resultados utilizando mais de um agente no ambiente. Mas, nos trabalhos onde mais de um agente são considerados, os autores assumem que os agentes são idênticos e que suas ações são assíncronas, com capacidade para computação e comunicação. Sob estas condições resultados foram obtidos. (Barrière, 2003).

A solução esperada para o problema de exploração utilizando agentes é o conhecimento do ambiente, inicialmente desconhecido. Busca-se, no entanto, solucionar o problema de uma forma ótima, utilizando a menor quantidade de memória possível, o menor número de agentes, uma computação performática pelos agentes.

No caso de um ambiente inseguro, o agente se locomove com riscos. Ou seja, há locais que afetam o agente após ele se posicionar em um nó para realizar a computação para qual está programado. Os nós inseguros são chamados de buracos negros, pois quando um agente passa por este nó deixa de existir sem deixar vestígios. Os agentes não têm como saber de antemão a localização dos buracos negros. Mas, como os agentes se comunicam a única proteção contra os nós hostis é a localização destes quando um agente destruído não retorna do buraco negro. A maior parte dos trabalhos realizados trata apenas de um agente se

movendo pelo ambiente. Mas há resultados onde mais de um agente é usado. (Czyzowicz, et al. 2006; Czyzowicz, et al. 2007; Dobrev, et al. 2006; Cooper, Klasing, Radzik, 2006; Kosowski, Navarra, Pinotti, 2009.).

Como dito antes a descontaminação via agentes é uma descontaminação externa. Mas há também o processo de descontaminação dito interno, onde as próprias células da rede possuem a computação necessária para mudar seu estado. A utilização de autômatos celulares para modelar a descontaminação é um exemplo deste tipo de descontaminação e o foco deste trabalho. Nas seções seguintes, 2.1 e 2.2 , serão abordados de forma resumida os resultados de Daadaa (2012) para a descontaminação via agentes. A partir da seção 2.3 passa-se a abordar os autômatos celulares e a descontaminação utilizando este modelo com o objetivo de ampliar os resultados obtidos na descontaminação.

2.1 Descontaminação via Agentes Móveis

Outro modelo utilizado por Daadaa (2012) foi o modelo de agentes móveis. Agentes móveis são entidades autônomas de software que percorrem o reticulado, fazendo o trabalho de descontaminação da rede. No modelo de agentes móveis o movimento das entidades é real, ao contrário do baseado em autômato celular, que segue regras locais para alterar o estado das células, o que faz emergir um comportamento global de aparente movimento (Flocchini, Huang e Luccio. 2007).

O agente móvel percorre o reticulado *descontaminando* as células por onde passa, mas este movimento não é aleatório. Os agentes se comunicam de várias formas diferentes, por exemplo, na chamada comunicação face a face, onde os agentes se comunicam quando dois ou mais estão na mesma célula do reticulado.

Outras formas de comunicação que dispensa o encontro dos agentes é via sinal ou quadro branco. Nesses casos os agentes deixam informações nas células conforme passam por elas. Daadaa (2012) usou uma comunicação baseada em quadro branco para os agentes móveis usados na descontaminação.

Para serem entidades autônomas os agentes necessitam possuir capacidade computacional e, talvez, uma quantidade de memória. Com relação à

memória, o agente pode não possuir memória, possuir quantidade fixa de memória, ou possuir quantidade ilimitada de memória.

Os agentes usam sua capacidade computacional, as informações do ambiente ou de outro agente e, talvez, sua memória, para tomar decisões de movimentação, isto é, decidir para qual célula se deslocar a partir da célula em que se encontram. Importante lembrar que o agente neste caso se move de uma célula para outra, de forma discretizada.

Como no modelo de autômato celular, o ambiente para o modelo de agentes móveis também é reativo, ou seja, enquanto os agentes passam pelas células e as descontaminam, elas podem ser contaminadas novamente, caso o período de imunidade da célula tenha acabado e haja alguma célula contaminada em sua vizinhança. Assim, o objetivo continua o mesmo; dado um tempo de imunidade e a dinâmica de contaminação e descontaminação, é necessário criar uma fronteira de células descontaminadas para que, após um tempo fixo, a rede esteja totalmente descontaminada.

Na abordagem de Daadaa (2012) para este modelo, foram provados teoremas comprovando que uma determinada estratégia, levando em consideração o tipo de vizinhança, o reticulado e a condição de contorno, leva à descontaminação em tempo finito. Os resultados da Tabela 1 mostram a relação linear do tempo de imunidade com área do reticulado e o número de células *descontaminando*.

Condição de Contorno	Número de Agentes	Tempo de Imunidade
Fixa	$k = \lceil m/(t/2) \rceil$	t
	$k = \lceil (2m-1)/t \rceil$	t
	$k = 1$	$t = 2m - 1$
Periódica	$k = 2\lceil m/(t/2) \rceil$	t
	$k = 2\lceil (2m-1)/t \rceil$	t
	$k = 1$	$t = 2(m - 1) + 2(n-1) - 1$

Tabela 1: Resumo dos resultados para descontaminação usando agentes móveis (Daadaa, 2012).

2.2 Descontaminação via Autômato Celular Móvel

Um autômato celular móvel é um modelo que junta características dos autômatos celulares e dos agentes móveis. Enquanto no modelo de autômato celular o estado ativo é o estado *descontaminando* e existe o estado *contaminado* e *descontaminado*, no modelo de autômato celular móvel uma célula está no estado ativo quando há um agente na célula, ou seja, uma célula só está no estado *descontaminando* quando contém um agente.

Ao contrário dos autômatos celulares, onde não há movimento, nos autômatos celulares móveis os agentes também se movem pelo reticulado, tal qual no modelo de agentes móveis. Mas ao contrário deste, o agente se move segundo os estados das células em sua vizinhança. Mencione-se ainda que este foi o único modelo entre os três que utilizou de clonagem, no caso, dos próprios agentes, ou seja, durante o processo de descontaminação um agente poderia se duplicar dependendo da estratégia.

Como nos modelos anteriores, Daadaa (2012) provou que as regras e disposição dos agentes são ótimas do ponto de vista computacional. O resumo dos resultados encontra-se na Tabela 2.

	Número de Agentes	Tempo de Imunidade
Descontaminação sem Clonagem		
Autômato Celular Móvel Finito		
Vizinhança de von Neumann	$k = n$	$t = 1$
	$k = 1$	$t = 2n - 1$
	$k = \min(2n/(t+1); 3n/(t+1))$	t
Vizinhança de Moore	$k = 2n/(t+1)$ Se $\text{mod}(t+1) = 0$	t
	$k = 2n/(t+1) + 2$ caso contrário	
Autômato Celular Móvel Circular		
Vizinhança de von Neumann	$k = 2n$	$t = 1$
	$k = \min(2n/(t+1); 3n/(t+1))$	t
	$k = 1$	$t = 4(n-1) - 1$
	$k = 2,3$	$t = (n+1)$
Vizinhança de Moore	$k = 4n/(t+1)$ Se $\text{mod}(t+1) = 0$	t
	$k = 4n/(t+1) + 3$, caso contrário	
Descontaminação com Clonagem		
Autômato Celular Móvel Finito		
Vizinhança de von Neumann	$k = 2n/t$	$t = 1$
	$k = n$	$t = 1$
Autômato Celular Móvel Circular		
Vizinhança de von Neumann	$k = 4n/t$	t
	$k = 2n$	$t = 1$

Tabela 2: Resumo da descontaminação por autômato celular móvel (Daadaa, 2012).

2.3 Autômatos Celulares Bidimensionais.

Abordado de forma resumida a descontaminação externa via agentes e os resultados obtidos por estes modelos, passa-se a abordar os conceitos sobre autômatos celulares, modelo central deste trabalho. Autômato celular é um modelo matemático que se presta a descrever sistemas e padrões complexos através de componentes simples, as células, que operando localmente com as demais células,

permite emergir o comportamento complexo descrito pelo modelo (Packard e Wolfram, 1985).

As células do autômato celular podem estar dispostas em um espaço finito ou infinito de forma regular, formando uma grade, ou reticulado bidimensional infinito ou, no caso finito, com n linhas e m colunas, semelhante ao tabuleiro de xadrez. Cada célula do reticulado possui células vizinhas e a vizinhança de uma célula pode ser de tipos variados, mas neste trabalho são usadas apenas duas, vizinhança de Moore e vizinhança de von Neumann.

O raio da vizinhança de uma célula é a distância máxima que qualquer célula da vizinhança pode ter da célula central. Dependendo da vizinhança e de seu raio o número de células vizinhas a uma célula em particular muda. Assumindo raio 1, na vizinhança de Moore são incluídas as células centrais, as diagonais, laterais, superior e inferior, totalizando 9 células. Já em uma vizinhança de von Neumann as células diagonais não estão incluídas, resultando 5 células no total. A Figura 1 mostra a representação gráfica dos dois tipos de vizinhança com raio 1.

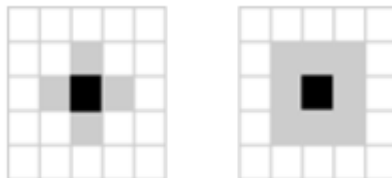


Figura 1: Tipos de vizinhança. À esquerda vizinhança de von Neumann e à direita vizinhança de Moore. Ambas com raio 1.

O padrão complexo apresentado pelo autômato celular é um comportamento emergente resultante do comportamento local às células. O estado de uma célula do autômato celular muda de acordo com os estados de suas células vizinhas. Se $a_i^{t_i}$ for o estado de uma célula i no instante t_i , pode-se considerar a mudança de estado de uma célula como uma transição do estado da célula no instante t_i para o novo estado em t_i+1 como o resultado da aplicação de uma função de transição que recebe um vetor com os estados da vizinhança e devolve o novo valor da célula

central, fazendo $a_i^{t+1} = f(\vec{a}^t)$. A Figura 2 mostra a transição de estado de uma célula central em um autômato de três estados, onde a transição para a nova configuração em a_i^{t+1} é feita devido aos estados das células em \vec{a}^t (Packard e Wolfram, 1985).

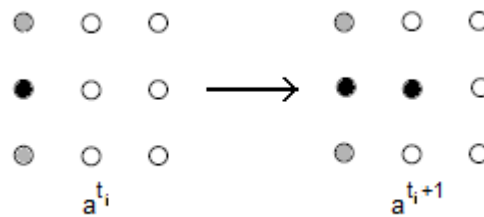


Figura 2: Exemplo de transição de estado de uma célula central em um autômato celular de 3 estados.

Uma transição de estados associa uma configuração de vizinhança a um valor. Sendo V o conjunto de todas as configurações de vizinhança possíveis associadas a um valor de estado, a função de transição $f(\vec{a}^t)$ busca neste conjunto uma configuração de vizinhança \vec{v} compatível com a configuração apresentada pela vizinhança da célula no momento t , \vec{a}^t . Neste caso, uma transição de estado pode ser representada como (\vec{v}, a) .

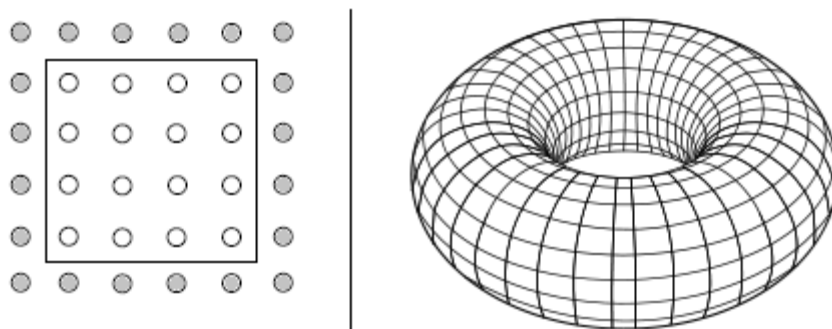
Dado este comportamento local às células, ao observar o reticulado percebe-se o comportamento global emergente. E é este comportamento global que simula sistemas físicos, biológicos, computacionais, entre outros.

A evolução espaço-temporal do autômato celular surge devido à aplicação de um conjunto de transições de estado V ao reticulado. O conjunto V constitui a regra usada pelo autômato celular. A quantidade de regras possíveis de serem aplicadas, ou seja, as diferentes configurações para V depende de três fatores, a quantidade de estados, o tipo de vizinhança e o raio desta vizinhança. Supondo que se trabalhe com o conjunto S de estados e este conjunto tenha cardinalidade $|S|$. Se a vizinhança de uma célula do reticulado possuir 9 células, neste caso há $|S|^9$

configurações de vizinhança diferentes. Para cada uma das configurações possíveis a célula central pode transitar para cada um dos estados de S . Isso resulta em $|S|^{|S|^p}$ regras possíveis. Para uma vizinhança com 5 células na vizinhança, tem-se $|S|^{|S|^5}$ regras possíveis.

Além da regra, a evolução do autômato celular também depende da condição inicial do reticulado e da condição de contorno ou borda do reticulado, isto é, a definição de como a vizinhança nas extremidades do reticulado será formada. Todo reticulado deste trabalho é finito, ou seja, ele é formado por um número finito de células. No entanto ele pode ter uma condição de contorno fixa ou periódica. Um reticulado possui condição de contorno fixa quando há fronteiras que o delimita e circunscreve. Enquanto uma condição de contorno periódica ocorre quando o reticulado não possui limites que o circunscreve, ainda que se mantenha finito.

Ao se deslocar em um reticulado finito com condição de contorno fixa, em algum momento este movimento não será mais possível, pois se chegou ao limite do mesmo. Mas ao se deslocar por um reticulado finito com condição de contorno periódica, não há limites que restrinjam o movimento, ainda que se passe pela mesma célula periodicamente. A Figura 3 mostra a representação de reticulados com condição de contorno fixa e periódica.



*Figura 3: Representação gráfica de condições de contorno fixa (à esquerda), e periódica (à direita).
Note-se que na condição de contorno fixa, o reticulado está circundado por células no estado descontaminado.*

Independente da condição de contorno, no início da evolução do autômato celular, o reticulado apresenta uma configuração inicial. Essa condição inicial do

reticulado é a disposição dos estados pelas células no mesmo, no instante inicial, como ilustra a Figura 4. A aplicação de uma mesma regra em condições iniciais diferentes usualmente implica em uma evolução espaço-temporal distinta em cada caso. Por isso se observa que a simulação pretendida com o autômato celular pode ser inviabilizada caso se tenha uma condição inicial do reticulado inadequada para o caso.

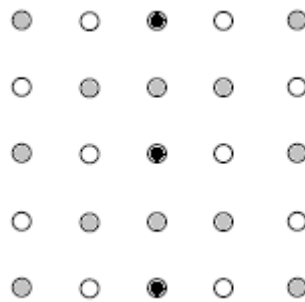


Figura 4: Reticulado apresentando condição inicial com 3 estados.

2.4 Descontaminação de Reticulados por Autômato Celular Bidimensional

Autômatos celulares são modelos cujo comportamento emergente permite simular comportamentos de sistemas físicos, computacionais, biológicos e outros. As propriedades emergentes surgem ao se aplicar uma determinada regra (isto é, um conjunto de transições de estados) ao reticulado do autômato celular. O presente trabalho foca em regras que permitam levar todas as células do reticulado para um mesmo estado alvo, definido como *Descontaminado* (Wolfram, 2002).

O problema de descontaminação de redes bidimensionais pode ser caracterizado por uma rede totalmente contaminada, onde a contaminação é considerada uma falha em uma célula, um estado não conforme. Procura-se uma estratégia que, após um tempo finito, todas as células da rede estejam com seu estado normal, *descontaminado*. No entanto, o presente trabalho leva em conta que após a descontaminação de uma célula, ela passa por um *tempo de imunidade*, durante o qual a célula não pode ser contaminada.

No escopo deste trabalho o problema de descontaminação temporal pode

ser descrito como um reticulado bidimensional completamente contaminado (por um vírus, por exemplo). A estratégia para descontaminar o reticulado depende de como a contaminação se espalha pelo reticulado e do modelo usado para a descontaminação.

Define-se nesse contexto a possibilidade de o reticulado possuir um tempo de imunidade. Ou seja, quando uma célula é descontaminada ela pode se tornar imune por t unidades de tempo a uma nova contaminação. Somente passado esse tempo, uma nova contaminação pode ocorrer. O valor t é o tempo de imunidade (Daadaa, 2012).

Para simular a descontaminação de rede Daadaa (2012) utilizou 3 estados. No estado *descontaminado* a célula não apresenta problemas, ou seja, ela não está contaminada por vírus e não apresenta mal funcionamento. No estado *contaminado* a célula apresenta um mau funcionamento ou está contaminada por vírus. No entanto as células não mudam do estado *contaminado* para *descontaminado*, pois há uma transição entre os dois estados representada pelo estado *descontaminando*, em que a célula está passando por um processo para eliminar a contaminação. A Tabela 3 apresenta a relação dos estados usados neste trabalho, sua representação e a cor associada à célula quando em cada estado. O estado coringa apresentado na última linha, quando usado, indica que o valor da célula na referida posição na vizinhança não é levado em conta na transição de estado.

Estado	Representação	Cor
Descontaminado	●	Cinza
Contaminado	○	Branco
Descontaminando	●	Preto
Estado Coringa	*	-

Tabela 3: Nomenclatura e codificação para os estados das células.

A Tabela 4 mostra a representação de transição de estado utilizada por Daadaa (2012). A tabela consiste em duas colunas onde a primeira coluna representa a configuração da vizinhança, e a segunda coluna, a célula com o novo estado. Daadaa (2012) utilizou apenas vizinhanças com raio igual a 1, por isso a

primeira coluna da Tabela 4 apresenta 9 células para a vizinhança de Moore, na primeira linha, e 5 células para a vizinhança de von Neumann, na segunda linha.

Vizinhança	Novo Estado
{○, ●, ○, ○, ○, ○, ○, ○, ○}	○
{○, ●, ○, ○}	●

Tabela 4: Exemplo de transições de estado para uma vizinhança de Moore na primeira linha e para uma vizinhança de von Neumann na segunda linha.

Os estados seguem a nomenclatura da Tabela 3. A leitura da transição de estado da primeira linha deve ser feita na forma; a primeira célula dentro das chaves representa a célula central, a segunda a célula à esquerda da central, e, seguindo no sentido horário, as células do canto superior esquerdo, superior, canto superior direito, direita, canto inferior direito, inferior e canto inferior esquerdo. Para a segunda linha, as células das diagonais são ignoradas. A primeira linha da Tabela 6 mostra uma transição de estado possível para a célula na posição (3,4) da Figura 4.

Por facilidade não se representou todo o conjunto V das transições de estados da regra, mas apenas o subconjunto contendo as transições ativas da regra, isto é, aquelas que efetivamente alteram o estado da célula central em questão. Para cada estratégia de descontaminação este conjunto é apresentado no mesmo formato da Tabela 6, porém para apenas um tipo de vizinhança.

Naturalmente, a existência de um tempo de imunidade (que resulta na chamada *descontaminação temporal*) também age na evolução do autômato celular. Neste caso, o próprio reticulado possui sua dinâmica através da contaminação das células descontaminadas por células contaminadas em sua vizinhança. O tempo de imunidade faz com que uma célula permaneça descontaminada, a despeito da existência de células contaminadas em sua vizinhança. Passado este tempo, a célula volta ao estado *contaminado*, se houver uma célula contaminada em sua vizinhança.

Na descontaminação temporal o tempo de imunidade só entra em efeito após a célula ser descontaminada. Além disso, no início do processo o tempo de imunidade para todas as células descontaminadas é 0; por isso, se houver alguma

célula contaminada numa condição inicial com células descontaminadas, estas estarão contaminadas na próxima iteração.

Assim, para desenvolver a estratégia de descontaminação de rede Daadaa (2012) dividiu as estratégias em dois grandes grupos, descontaminação *básica* e *temporal*. Na descontaminação básica o tempo de imunidade vale uma unidade de tempo, querendo dizer que, imediatamente após ser descontaminada, a célula pode ser recontaminada (se houver pelo menos uma célula contaminada em sua vizinhança); ou seja, tudo se passa como se não houvesse um período de imunidade. Já no caso da descontaminação temporal, o tempo de imunidade é maior que um, permitindo que a célula permaneça descontaminada durante um período de tempo, independente da vizinhança.

Em seus teoremas Daadaa (2012) definiu que t é o tempo de imunidade, m a quantidade de linhas do reticulado, n a quantidade de colunas do reticulado, e k a quantidade de células no estado *descontaminando* no reticulado. Além de provar que suas regras são ótimas do ponto de vista computacional, Daadaa (2012) oferece uma expressão para o tempo de imunidade que o relaciona de forma linear a área do reticulado $n \times m$ e com k , para $m \leq n$.

Em seu trabalho Daadaa (2012) denomina autômato celular finito o que neste trabalho é denominado autômato celular com condição de contorno fixa. E o termo autômato celular circular, aqui é denominado como autômato celular com condição de contorno periódica. Nas transcrições dos teoremas será usada a mesma nomenclatura de Daadaa, enquanto no resto do texto serão usadas condições de contorno fixa ou periódica.

2.4.1 Descontaminação Básica

A descontaminação básica foi desenvolvida para as duas condições de contorno do reticulado (fixa e periódica) e para os dois tipos de vizinhança. Esta seção mostra o comportamento esperado para cada estratégia de descontaminação e suas regras. Como a descontaminação básica ocorre como se não houvesse tempo de imunidade, então na estratégia de descontaminação deve-se cercar as células descontaminadas com células no estado *descontaminando* para que não sejam

contaminadas novamente.

Para ambiente fixo e com tempo de imunidade 1 basta preencher a coluna da extrema esquerda com células no estado *descontaminando* e fazê-las se deslocar para o lado direito do reticulado para garantir a descontaminação (Daadaa, 2012). O Teorema 1 foi provado por Daadaa (2012); a Tabela 5 mostra a regra de descontaminação a que o teorema se refere, e a Figura 5 ilustra a dinâmica de descontaminação pela aplicação dessa regra.

Teorema 1:

Descontaminação básica ótima pode ser obtida em um autômato celular com condição de contorno fixa de duas dimensões e vizinhança de von Neumann, usando n células simultâneas no estado descontaminando.

Vizinhança	Novo Estado
{●, *, *, *, *}	●
{○, ●, ●, ○, ○}	●
{○, ●, ●, ●, ○}	●
{○, ●, ○, ○, ○}	●
{○, ●, ○, ○, ●}	●
{○, ●, ○, ●, ○}	●
{○, ●, ○, ●, ●}	●

Tabela 5: Regra para a descontaminação básica em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 1 (Daadaa, 2012).

A dinâmica de descontaminação mostrada na Figura 5 deve ser lida da seguinte forma; as células em preto (representando o estado *descontaminando*) formam a fronteira de descontaminação que se propaga da esquerda para a direita, como indicam as setas.

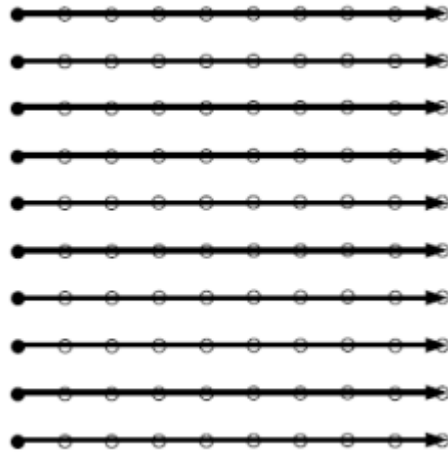


Figura 5: Descontaminação básica em um autômato celular bidimensional com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 1 (Daadaa, 2012).

Para um ambiente com condição de contorno periódica, apenas uma coluna não é suficiente, pois as células descontaminadas entram em contato com as contaminadas, já que não há limitação no reticulado. Por isso, para garantir a descontaminação são necessárias duas colunas, conforme provado no Teorema 2 (Daadaa, 2012). A Figura 6 ilustra a dinâmica da descontaminação, enquanto a Tabela 6 mostra a regra para a descontaminação neste caso.

Teorema 2:

A descontaminação básica ótima pode ser obtida em um autômato celular com condição de contorno periódica, com a vizinhança de von Neumann, usando $2n$ células simultâneas descontaminando.

Vizinhança	Novo Estado
{●, *, *, *, *}	○
{○, ●, ○, ○, ○}	●
{○, ○, ○, ●, ○}	●
{○, ●, ○, ●, ○}	●

Tabela 6: Regra para a descontaminação básica em um autômato celular bidimensional com condição de contorno periódica e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 2 (Daadaa, 2012).

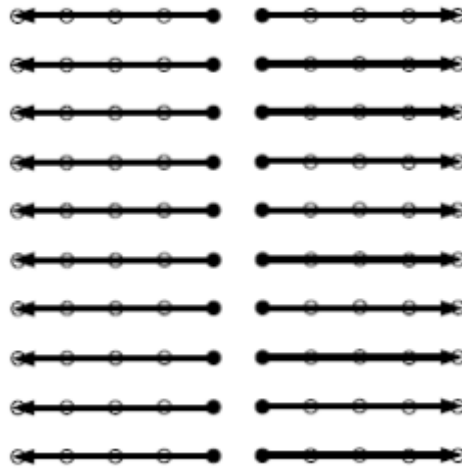


Figura 6: Descontaminação básica em um autômato celular bidimensional com condição de contorno periódica e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 2 (Daadaa, 2012).

Daadaa (2012) não desenvolveu regras que utilizem a vizinhança de Moore para a descontaminação básica. Isso se deveu ao fato de que não foi percebida qualquer melhora no processo de descontaminação ao se utilizar a vizinhança de Moore, a despeito da inclusão das células vizinhas diagonais.

2.4.2 Descontaminação Temporal

A descontaminação temporal é aquela onde o tempo de imunidade é maior que 1 e por isso passa a ser possível o uso de uma quantidade menor de células *descontaminando* na condição inicial.

Para um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, vale o Teorema 3. A Figura 7 mostra a propagação da descontaminação para o caso, enquanto a Tabela 7 mostra a regra do autômato celular. Neste teorema, bem como em outros, enunciados posteriormente, o termo “por unidade de tempo” significa que a quantidade de células *descontaminando* permanece fixa a cada iteração do processo.

Teorema 3

Com uma única célula no estado descontaminando por unidade de tempo, a descontaminação temporal é possível se, e somente se, o tempo de imunidade for $t \geq 4(n - 1) - 1$.

Vizinhança	Novo Estado
{●, *, *, *, *}	●
{○, ●, ○, ○, ○}	●
{○, ●, ○, ○, ○}	●
{○, ○, ●, ○, ○}	●
{○, ○, ●, ○, ○}	●
{○, ○, ●, ○, ○}	●
{○, ○, ○, ●, ○}	●
{○, ○, ○, ●, ○}	●
{○, ○, ○, ○, ●}	●
{○, ○, ○, ○, ●}	●
{○, ○, ○, ○, ●}	●

Tabela 7: Regra para a descontaminação temporal com uma única célula descontaminando em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 3 (Daadaa, 2012).

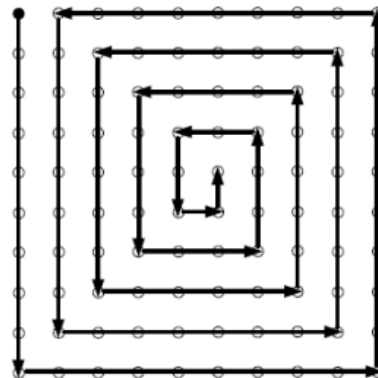


Figura 7: Propagação de uma única célula descontaminando com tempo de imunidade e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 3 (Daadaa, 2012).

Quando se aumenta o número de células *descontaminando* para 2 e 4 vale o Teorema 4. As Figuras Figura 8 e Figura 9 mostram a dinâmica de descontaminação do reticulado, enquanto as Tabelas Tabela 8 e Tabela 9 mostram a regra que descontamina a condição inicial.

Teorema 4

Com $k = 2$ ou $k = 4$ células *descontaminando* por unidade de tempo, a descontaminação temporal é possível se, e somente se, o tempo de imunidade for $t \geq \frac{4}{k}(n - 1) - 1$.

Vizinhança	Novo Estado
{●, *, *, *, *}	●
{○, ●, ○, ○, ○}	●
{○, ●, ○, ○, ○}	●
{○, ○, ●, ○, ○}	●
{○, ○, ●, ○, ○}	●
{○, ○, ○, ●, ○}	●
{○, ○, ○, ●, ○}	●
{○, ○, ○, ○, ●}	●
{○, ○, ○, ○, ●}	●
{○, ●, ○, ○, ●}	●
{○, ○, ●, ●, ○}	●
{○, ○, ●, ○, ●}	●

Tabela 8: Regra para a descontaminação temporal com duas células descontaminando em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 4 (Daadaa, 2012).

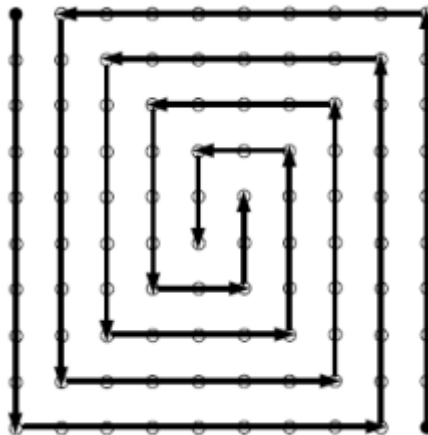


Figura 8: Propagação de duas células descontaminando com tempo de imunidade e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 4 (Daadaa, 2012).

Vizinhança	Novo Estado
{●, *, *, *, *}	●
{○, ●, ○, ○, ○}	●
{○, ●, ○, ○, ○}	●
{○, ○, ●, ○, ○}	●
{○, ○, ●, ○, ○}	●
{○, ○, ○, ●, ○}	●
{○, ○, ○, ●, ○}	●
{○, ○, ○, ○, ●}	●
{○, ○, ○, ○, ●}	●
{○, ●, ○, ●, ○}	●
{○, ●, ○, ●, ○}	●
{○, ○, ●, ○, ●}	●
{○, ○, ●, ○, ●}	●
{○, ○, ●, ○, ●}	●
{○, ●, ●, ●, ●}	●

Tabela 9: Regra para a descontaminação temporal com quatro células descontaminando em um autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 4 (Daadaa, 2012).

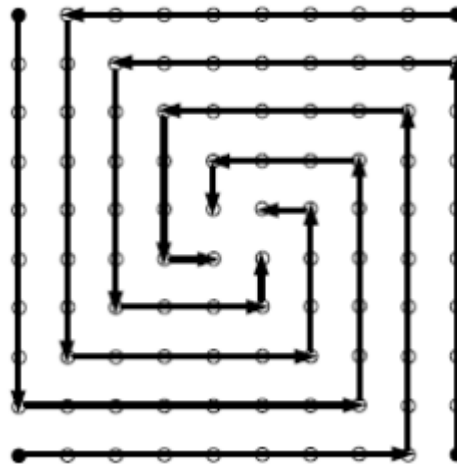


Figura 9: Propagação de quatro células descontaminando com tempo de imunidade e vizinhança de von Neumann, referente ao Teorema 4 (Daadaa, 2012).

Para o autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de Moore há dois casos. O primeiro diz respeito a apenas uma célula *descontaminando* na configuração inicial, e o segundo refere-se à utilização de k células *descontaminando* perfiladas na primeira coluna do reticulado.

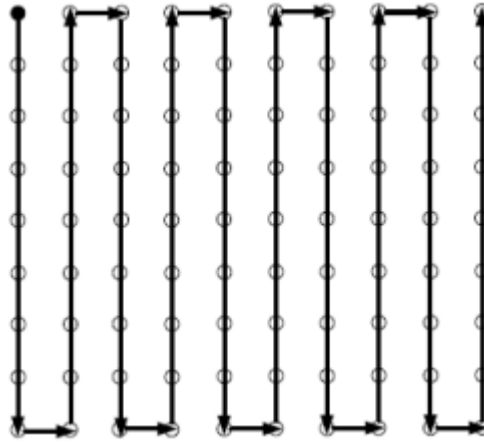


Figura 10: Propagação de uma única célula descontaminando, com tempo de imunidade e vizinhança de Moore, referente ao Teorema 5 (Daadaa, 2012).

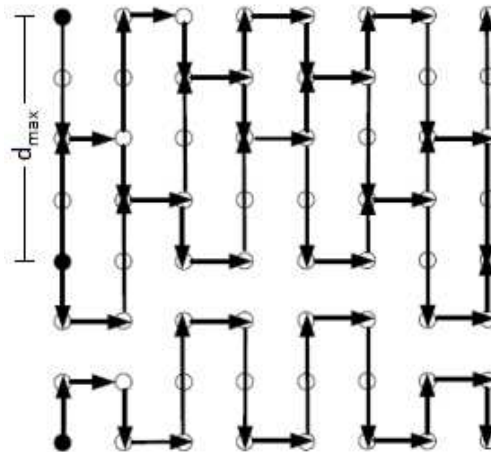


Figura 11: Propagação de múltiplas células descontaminando com tempo de imunidade e vizinhança de Moore, referente ao Teorema 5 (Daadaa, 2012).

O uso de um autômato celular com condição de contorno periódica e vizinhança de von Neumann é um caso peculiar, pois, segundo o Teorema 6, a descontaminação é impossível nesse caso.

Teorema 6

Com 1, 2 ou 4 células descontaminando por unidade de tempo, a descontaminação temporal em um autômato celular condição de contorno periódica e vizinhança de von Neumann é impossível de ser obtida, independente do tempo de imunidade.

E deste teorema conclui-se o Corolário 1.

Corolário 1

Com $k < n$ células descontaminando por unidade de tempo, a descontaminação temporal em um autômato celular com condição de contorno periódica e vizinhança de von Neumann não é possível, independente do tempo de imunidade.

Já para vizinhança de Moore, a descontaminação é possível, conforme estabelece o Teorema 7. A Tabela 11 e a Figura 12 mostram a regra e a dinâmica de descontaminação, respectivamente.

Teorema 7

Seja d_{max} a distância máxima entre duas células descontaminando consecutivas, ou entre a célula descontaminando e um canto no tempo 0. Se o número inicial de células descontaminando é pelo menos 2, a regra da tabela (abaixo) obtém a descontaminação em um autômato celular condição de contorno periódica com tempo de imunidade $t = d_{max}$.

Vizinhança	Novo Estado
{●; *; *; *; *; *; *; *; *}	●
{○; ○; ○; ●; ○; ○; ○; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ○; ○; ○; ○; ●; ○}	●
{○; ○; ○; ●; ○; ○; ○; ●; ○}	●
{○; ●; ●; ○; ○; ○; ○; ○; ○}	●
{○; ●; ●; ○; ○; ○; ○; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ○; ○; ●; ●; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ○; ●; ●; ●; ○; ○}	●
{○; ●; ●; ●; ○; ○; ○; ○; ○}	●
{○; ●; ●; ●; ○; ○; ○; ●; ○}	●
{○; ●; ●; ●; ○; ○; ○; ●; ○}	●
{○; ○; ○; ○; ○; ●; ●; ●; ○}	●
{○; ○; ○; ●; ●; ●; ●; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ●; ●; ●; ●; ○; ○}	●
{○; ●; ●; ○; ○; ○; ○; ○; ○}	●
{○; ●; ●; ○; ●; ●; ○; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ●; ○; ○; ○; ●; ○}	●
{○; ●; ●; ○; ○; ●; ○; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ●; ○; ○; ○; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ○; ○; ●; ○; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ○; ○; ○; ○; ●; ○}	●
{○; ○; ○; ●; ○; ○; ○; ●; ○}	●
{○; ●; ●; ○; ○; ●; ○; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ●; ○; ○; ○; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ○; ○; ○; ○; ●; ○}	●
{○; ○; ○; ●; ○; ○; ○; ●; ○}	●
{○; ○; ○; ○; ○; ○; ○; ○; ○}	●

Tabela 11: Regra para descontaminação temporal com múltiplas células descontaminando em um autômato celular com vizinhança de Moore, referente ao Teorema 7 (Daadaa, 2012).

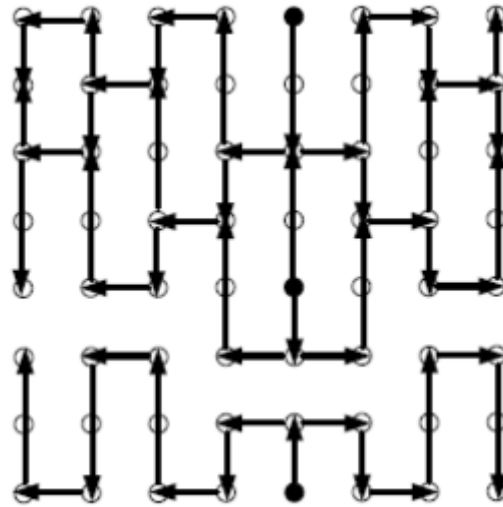


Figura 12: Propagação de múltiplas células descontaminando com tempo de imunidade em um autômato celular com condição de contorno periódico e vizinhança de Moore, referente ao Teorema 7 (Daadaa, 2012).

O uso do modelo de autômato celular objetivando obter a descontaminação de uma rede discreta bidimensional está resumido na Tabela 12.

Vizinhança	Número de células <i>descontaminando</i>	Tempo de imunidade
Condição de Contorno Fixa		
von Neumann	$k = n$	$t = 1$
	$k = 1, 2, 4$	$t \geq (4/k)(n-1) - 1$
Moore	k	$t \geq (2n-1)/k$
	$k = 1$	$t \geq (2n-1)$
Condição de Contorno Periódica		
von Neumann	$k = 2n$	$t = 1$
Moore	$k \geq 2$	$t = d_{\max}$

Tabela 12: Resumo dos resultados da utilização do modelo de autômato celular (Daadaa, 2012).

2.5 Assuntos Correlatos ao Processo de Descontaminação.

O processo de descontaminação possui relação com outros dois assuntos. Percolação e modelo SIR. O modelo SIR é um modelo para estudo de doenças contagiosas e as condições que tornam a doença uma epidemia. Ele separa a população em três grupos, os suscetíveis (S), infectados (I) e os recuperados (R) e descreve as quantidades de indivíduos de cada grupo ao longo do tempo. Os

suscetíveis são aqueles que não estão infectados, os infectados são os portadores da doença contagiosa e os recuperados são aqueles que se curaram. Observam-se várias formas de se representar este modelo, como por exemplo, por equações diferenciais como em Kermack e McKendrick (1932) e Helthcote (1976). Mas também se encontra na literatura representações deste modelo por autômato celular com em White, del Rey e Sanchez (2009).

É possível fazer um paralelo entre os estados do modelo SIR com os estados do modelo de descontaminação. O estado *suscetível* é análogo ao estado *descontaminado*, o *infectado* ao estado *contaminado* e o estado *recuperado* ao estado *descontaminando*. Para estes últimos, apesar de seus significados serem diferentes, chega-se a ambos a partir do estado *contaminado* ou *infectado*. A mudança entre os estados pode ser resumida pelo diagrama de estado da Figura 13.

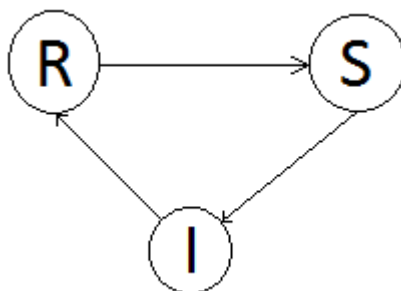


Figura 13: Diagrama de estados do modelo SIR.

A descontaminação também é semelhante ao processo físico de *percolação*, que em sua versão mais simples pode ser representado por um grafo bidimensional onde os nós estão no estado aberto ou no estado fechado, que permite ou não a passagem por ele. O nós estão abertos com probabilidade p e fechados com probabilidade $1-p$, e busca-se um caminho com apenas nós abertos (Kesten, 2006). Neste contexto a descontaminação seria o “deslocamento” das células *descontaminando* pelo reticulado onde as células no estado *contaminado* comparam-se a nós abertos para a passagem da descontaminação, enquanto as células no estado *descontaminado* comparam-se a nós fechados, que barram a

passagem da descontaminação, já que elas não precisam ser descontaminadas.

Estudar a descontaminação por qualquer um destes modelos está fora do escopo do presente trabalho, cujo objetivo é analisar a eficácia das regras ótimas e o tempo de imunidade do modelo abstrato de descontaminação estabelecido em Daadaa (2012), a partir da quebra de algumas premissas lá definidas. Os próximos capítulos descrevem as análises feitas.

3 ANÁLISE DA EFICÁCIA DAS REGRAS ÓTIMAS ATRAVÉS DAS CONDIÇÕES INICIAIS POSSÍVEIS

Utilizando o modelo de autômato celular para cada tipo de vizinhança estudado em Daadaa (2012) e, com o objetivo de se descobrir para quais outras condições iniciais cada regra é capaz de descontaminar o reticulado, buscou-se por outras condições iniciais além das condições iniciais de referência definidas por Daadaa (2012), e da condição inicial trivial, onde não há células contaminadas.

Nas próximas seções são analisadas as condições iniciais encontradas. A Tabela 13 mostra a condição de descontaminação para cada teorema abordado na análise. Observe-se que o Teorema 4 aparece na tabela com 2 variações, de acordo com o número de células no estado *Descontaminando* na condição inicial, e caso análogo ocorre com o Teorema 5; observe-se também que não há referência ao Teorema 6, pois ele trata de uma situação em que a descontaminação não é possível.

Teorema	Tipo de Descontaminação	Condição de Contorno	Vizinhança	Quantidade de células descontaminando
1	Básica	Finita	von Neumann	1
2	Básica	Circular	von Neumann	1
3	Temporal	Finita	von Neumann	1
4-2	Temporal	Finita	von Neumann	2
4-4	Temporal	Finita	von Neumann	4
5-1	Temporal	Finita	Moore	1
5-3	Temporal	Finita	Moore	3
7	Temporal	Circular	Moore	3

Tabela 13: Codificação dos modelos.

Para que não haja confusão entre as variáveis relacionadas ao tempo de imunidade, para a qual Daadaa usa t , e o momento no processo de descontaminação, adota-se para este trabalho t_i para indicar em qual iteração o processo de descontaminação se encontra. Assim $t_i = 0$ indica a iteração inicial do processo de descontaminação, $t_i = 3$ indica o quarto passo no processo de descontaminação, enquanto $t = 3$ indica que o tempo de imunidade do processo vale 3.

Para cada regra ótima foi definido um tempo máximo que se espera obter a descontaminação, definição feita a partir da observação da dinâmica de descontaminação própria de cada regra. As próximas seções descreve a análise da eficácia das regras ótimas para cada teorema, estando estes resultados resumidos na Tabela 17.

3.1 Definição da Eficácia das Regras Ótimas

Daadaa (2012) descreve um modelo abstrato que pode ser aplicado em vários casos. Ele provou analiticamente que as regras definidas por ele para os autômatos celulares são ótimas, isto é, para cada condição inicial, o conjunto de transições de estado que define a regra, a quantidade e a disposição dos estados no reticulado, e o tempo para descontaminar a rede são mínimos. Por facilidade, as regras de autômato celular definidas por Daadaa (2012) são aqui referenciadas simplesmente como as regras ótimas.

No entanto, para poder provar seus teoremas, Daadaa (2012) lançou mão de premissas rígidas. A principal delas é que no instante inicial ($t_i = 0$) o reticulado está totalmente contaminado. Além desta, para cada uma das regras ótimas, a condição inicial não varia e o tempo de imunidade é fixo. Dadas estas condições, a descontaminação pode ser obtida. Se qualquer uma destas premissas sofrer alteração, não se pode garantir, pelas provas oferecidas, a relação ótima entre elas.

O objetivo dos experimentos descritos nas próximas seções é determinar se as regras ótimas são capazes de descontaminar outras condições iniciais além das de referência, sem levar em conta a relação ótima entre regra e condição inicial. O objetivo é determinar a eficácia da regra ótima, que será a proporção entre a quantidade de condições iniciais descontaminadas e o total de condições iniciais possíveis.

As condições iniciais possíveis fazem parte de conjuntos de condições iniciais derivadas das condições iniciais de referência definidas na Seção 2.2, onde as células no estado *descontaminando* foram mantidas nas mesmas posições das observadas nas condições iniciais de referência, mas para as demais células foram feitas variações em seus estados para todas as combinações possíveis dos demias

estados (*contaminado* e *descontaminado*).

Como foi definida uma condição inicial de referência para cada regra ótima, cada condição inicial deu origem a um conjunto de condições iniciais onde a respectiva regra ótima será aplicada. As próximas seções descrevem os resultados obtidos nos experimentos com as regras ótimas e as eficácias obtidas.

3.2 Descontaminação Básica Usando Autômatos Celulares

Relembrando, a descontaminação básica é aquela sem que haja tempo de imunidade para as células do reticulado, isto é, o tempo de imunidade vale 1. Isto implica que, se uma célula foi descontaminada no tempo t_i , mas no tempo $t_i + 1$ há pelo menos uma célula contaminada em sua vizinhança, a célula volta ao estado *contaminado*.

Neste caso, o tipo de vizinhança influencia na contaminação. No caso de vizinhança de von Neumann, se houver uma célula contaminada nas células vizinhas diagonais, a célula central não será afetada já que as diagonais não são levadas em consideração neste tipo de vizinhança. Mas o mesmo não é verdade para vizinhança de Moore, onde as diagonais são levadas em conta.

3.2.1 Autômato Celular com Condição de Contorno Fixa e Vizinhança de von Neumann

Num autômato celular com condição de contorno fixa assume-se o valor *descontaminado* para as células além da fronteira; isto faz sentido, já que o estado *descontaminado* é o estado alvo, não necessitando assim tomar qualquer ação que as envolva.

Para o modelo de autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann usado na descontaminação básica, espera-se a dinâmica de descontaminação apresentada na Figura 5, como visto na Seção 2.2.1. No entanto, a condição inicial de referência não foi a única condição inicial encontrada. Na verdade, foram encontradas 1036 condições iniciais compatíveis com a regra e o tempo de imunidade 1, além da condição inicial trivial, como mostra a Figura 14. Levando em consideração que no reticulado 5x5 utilizado no

experimento há 2^{20} condições iniciais onde as células *descontaminando* estão perfiladas na primeira coluna, essa situação corresponde à descontaminação de 0,10% dos casos possíveis.

Apesar do percentual de condições iniciais que podem ser descontaminadas ser baixo, o número absoluto de mais de 1000 condições iniciais é surpreendente, caso se leve em conta que Daadaa (2012) baseou-se apenas na condição inicial de referência para provar seus resultados.

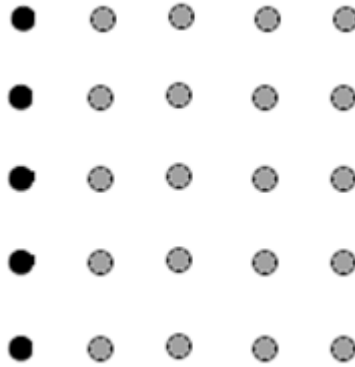


Figura 14: Na condição trivial as células descontaminando (em preto) são dispostas em um reticulado com células descontaminadas (em cinza).

Excluindo a condição inicial trivial, as 1036 condições iniciais seguem padrão de formação coerente com o esperado para a regra e o tempo de imunidade. Há dois grupos encontrados neste caso. O primeiro se define por condições iniciais formadas a partir da condição inicial trivial, modificada pelo fato de que duas ou mais células se apresentam contaminadas em quaisquer posições da segunda coluna; a Figura 15 mostra dois exemplos, à esquerda com 2 células contaminadas, e à direita com 3. Em todos os casos desse grupo a evolução do autômato celular ocorre como se a condição inicial tivesse sido definida apenas para as linhas onde há células contaminadas na segunda coluna.

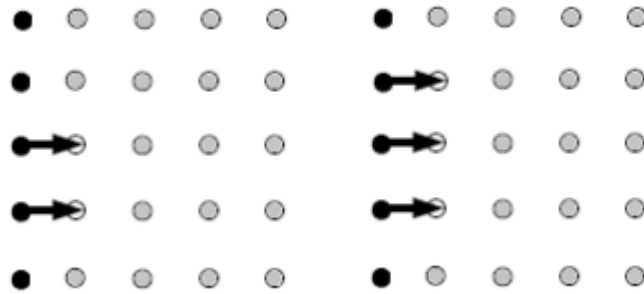


Figura 15: Exemplos de condições iniciais onde o ambiente foi reduzido à primeira e segunda colunas.

O segundo grupo de condições iniciais encontradas são aquelas onde, devido ao tempo de imunidade, ao longo do processo recai-se na condição inicial de referência. Para tanto, basta que, à direita da coluna de células *descontaminando*, haja células suficientes em posições adequadas para contaminar todas as células à direita da fronteira de descontaminação, antes que ela passe por este ponto.

A Figura 16 mostra um exemplo de condição inicial onde as células *descontaminadas* (em cinza) ficarão *contaminadas* (células brancas) antes que a fronteira de descontaminação (células em preto) chegue até elas. A fronteira se propaga da mesma forma que a condição inicial de referência, da esquerda para a direita.

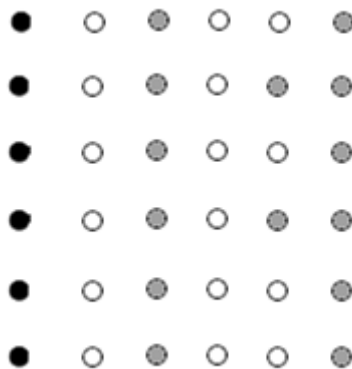


Figura 16: Exemplo de condição inicial que redonda na condição inicial de referência.

3.2.2 Autômato Celular com Condição de Contorno Periódica e Vizinhança de von Neumann

Um ambiente circular significa que o reticulado não possui limitação de fronteiras, não sendo necessário assumir um estado *descontaminado* nas bordas uma vez que elas não existem. Assim, levando em consideração as posições do reticulado, se uma célula está no limite superior do reticulado, sua célula vizinha superior será aquela na mesma coluna, porém na última linha do reticulado.

Neste caso não foram encontradas outras condições iniciais que não a ótima e a trivial, de forma que a eficácia da regra é praticamente nula (0,00%). A Figura 6 mostra a dinâmica de descontaminação esperada para este caso.

3.3 Descontaminação Temporal Usando Autômatos Celulares

A descontaminação temporal é aquela que ocorre levando em consideração um tempo de imunidade maior que 1. Neste caso, a posição das células *descontaminando* na fronteira de descontaminação pode não ser coesa como nos casos anteriores, em que estavam uma ao lado da outra; por isso é necessário um tempo para que as células *descontaminando* percorram um caminho pré-determinado até conseguir proteger a primeira célula descontaminada, eliminando as células contaminadas de sua vizinhança (Daadaa, Flocchini e Zaguia, 2010; Luccio, Pagli e Santoro, 2011; Daadaa, 2012).

Os resultados apresentados nas próximas subseções estão agrupados na Tabela 17.

3.3.1 Autômato Celular com Condição de Contorno Fixa e Vizinhança de von Neumann

Para este caso também só foram encontradas condições iniciais que seguem o comportamento esperado para as condições iniciais de referência definidas nos Teoremas 3 e 4, quando há 1, 2 ou 4 células no estado *descontaminando*. Os detalhes da evolução do autômato celular estão nas Figuras Figura 7, Figura 8 e Figura 9.

Somente para o caso de se utilizar apenas 1 célula no estado

descontaminando foram encontradas outras condições iniciais distintas, mas que não configuram algo inesperado em relação à condição inicial de referência. Como mostra a Figura 17, os casos encontrados foram as condições iniciais onde dentro do reticulado há uma área retangular contaminada, na qual há 1 célula no estado *descontaminando* no canto superior esquerdo, ou 1 célula no estado *descontaminando* acima da célula superior esquerda.

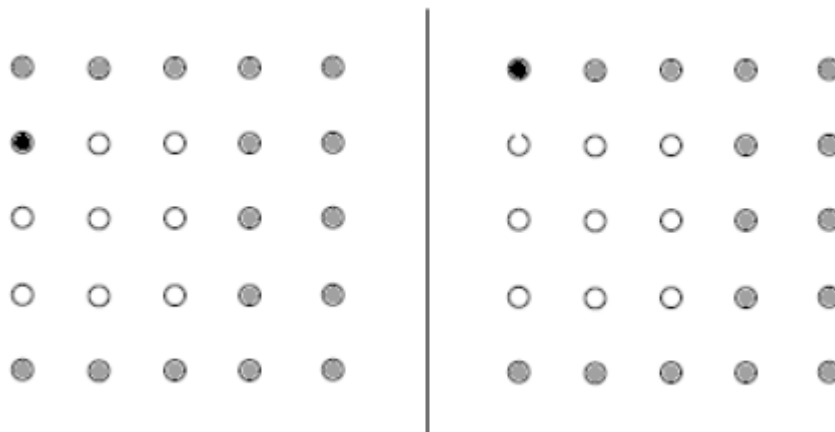


Figura 17: Condições iniciais que se comportam como a de referência, já que para condição de contorno fixa posições fora do reticulado são consideradas no estado 0.

Aqui foram analisadas as regras definidas nas Tabelas 5, 6 e 7. A regra da Tabela 7 foi definida para o caso de 1 célula *descontaminando* no reticulado; alcançou-se a marca de 16,42% de eficácia, o que constitui a maior eficácia das regras ótimas. A regra da Tabela 8 foi definida para o caso de 2 células *descontaminando* no reticulado; apesar de a eficácia ter sido de 0,00%, há efetivamente 360 condições iniciais descontaminadas. Já a regra da Tabela 9, para 4 células *descontaminando* no reticulado, marcou 0,18% de eficácia.

3.3.2 Autômato Celular com Condição de Contorno Fixa e Vizinhança de Moore

Desconsiderando o caso trivial, a regras definida no Teorema 5 para o caso de apenas 1 célula no estado *descontaminando* funciona não só para a condição inicial de referência, mas também para outras 665.981 condições iniciais.

A Figura 10 mostra a dinâmica de descontaminação para este caso. Em

todos eles as condições iniciais encontradas redundaram na condição inicial de referência (i.e., o reticulado totalmente contaminado), devido à ação do tempo de imunidade. Todos os reticulados descontaminados pela regra do Teorema 5 são os que apresentam condição inicial com uma célula contaminada imediatamente abaixo da célula no estado *descontaminando*, e uma distribuição dos estados *contaminado* e *descontaminado* que permita contaminar todas as células. A eficácia de descontaminação neste caso foi de 3,97% das condições iniciais possíveis. A Figura 18 mostra um exemplo do tipo de condição inicial descontaminada.

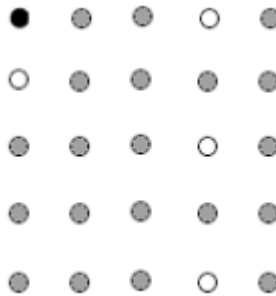


Figura 18: Exemplo de condição inicial que redunda na condição ótima para o modelo de autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de Moore.

Quando se usam múltiplas células para descontaminar o ambiente, como previsto pelo Teorema 5, espera-se a dinâmica de descontaminação mostrada na Figura 11. Neste caso, foram encontradas 8 condições iniciais que são descontaminadas pela regra. Isso resulta em eficácia de descontaminação de 0,00%, ainda que, efetivamente, 8 condições iniciais tenham sido descontaminadas.

3.3.3 Autômato Celular Condição de Contorno Periódica e Vizinhança de Moore

A dinâmica de descontaminação esperada de acordo com o Teorema 7 está representada na Figura 12. Ela mostra a provável dinâmica de descontaminação para o modelo de autômato celular com condição de contorno circular, iniciando com 3 células no estado *descontaminando*. A evolução para este autômato celular é regida pela regra da Tabela 11; no entanto, a regra não apresenta uma transição de estado adequada para mudar o estado da célula contaminada central à área destacada em vermelho na Figura 19 para *Descontaminando*. Com a regra da

Tabela 11 foi possível obter a dinâmica de descontaminação da Figura 20 em $t_i + 2$ (terceiro momento do processo de descontaminação), mas este não é o estado esperado para o reticulado neste momento.

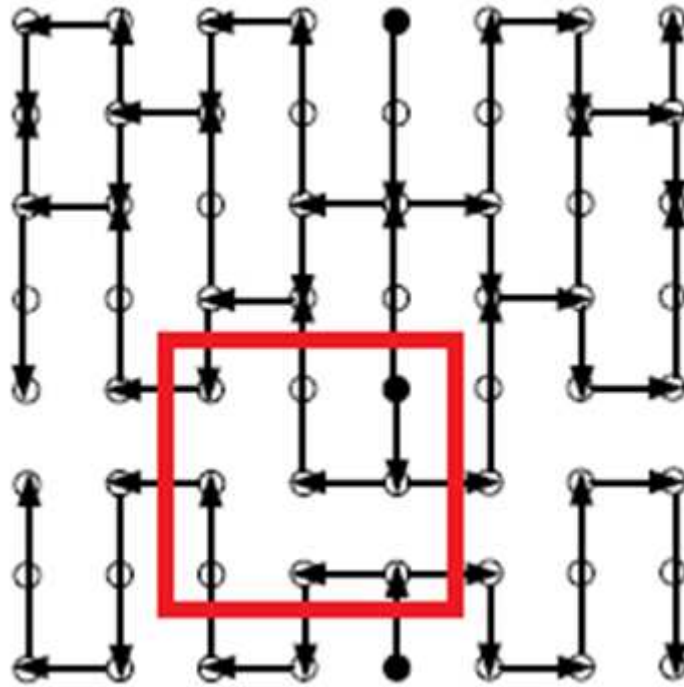


Figura 19: Dinâmica de descontaminação esperada devido a aplicação da regra da Tabela 11.

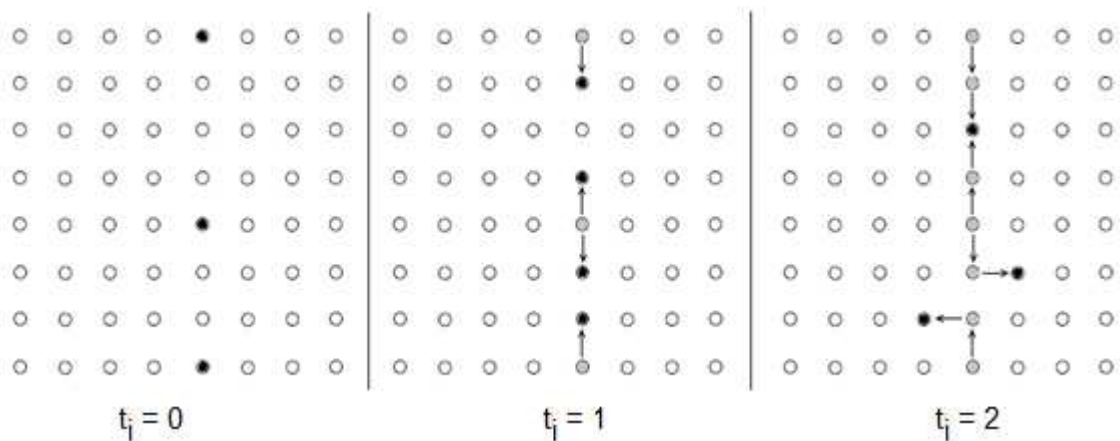


Figura 20: Dinâmica de descontaminação obtida para a regra do teorema 7.

Resta então encontrar as transições de estado que faltam para se obter o

comportamento esperado. Comparando a evolução esperada da Figura 19 e a obtida mostrada na Figura 20, foi possível deduzir as transições de estado que faltam à regra do Teorema 7; acrescentando as transições da Tabela 14 obteve-se então a dinâmica esperada.

Vizinhança	Novo Estado
{○; ○; ○; ○; ●; ●; ●; ○; ○}	●
{○; ●; ●; ○; ○; ○; ○; ○; ●}	●

Tabela 14: Transições adicionais para obter a dinâmica de descontaminação esperada.

No entanto, a regra ainda não foi capaz de descontaminar qualquer ambiente circular $m \times n$ com k células perfiladas em uma coluna com espaços regulares entre elas. O reticulado exibido na Figura 21 ilustra um desses casos.

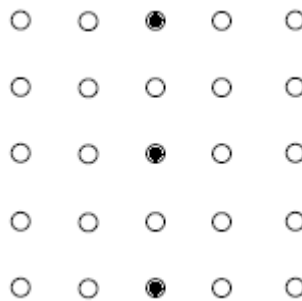


Figura 21: Ambiente 5×5 proposto para descontaminação com o conjunto de regras das Tabelas Tabela 11 e Tabela 14.

Para obter a descontaminação neste caso foi necessário acrescentar duas transições às outras já definidas na Tabela 14. A Tabela 15 mostra as transições adicionais para se descontaminar o reticulado da Figura 22.

Configuração	Próximo Estado
{○; ○; ○; ●; ●; ○; ●; ●; ○}	•
{○; ○; ●; ●; ○; ○; ○; ●; ●}	•

Tabela 15: Regras adicionais para se descontaminar o ambiente 5×5 proposto.

Apesar da impossibilidade de descontaminação com as transições das Tabelas Tabela 14 e Tabela 15 para um caso geral, foi possível descontaminar o reticulado da Figura 22.

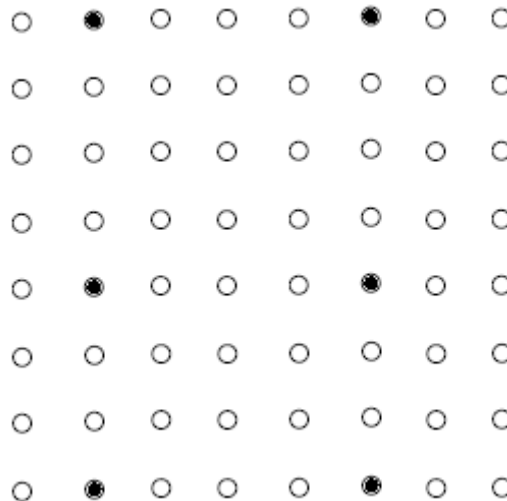


Figura 22: Condição inicial que as transições das Tabelas Tabela 11 e Tabela 14 são capazes de descontaminar.

Observou-se que outras condições iniciais – como as que apresentam duas colunas subsequentes de células *descontaminando* nas mesmas linhas, ou com linhas defasadas – não são passíveis de descontaminação pelo conjunto de transições das Tabelas Tabela 11, Tabela 14 e Tabela 15. O que se pode perceber no caso da condição inicial da Figura 22 é que, devido ao fato de o ambiente ser circular, as duas colunas estão em posições simétricas no reticulado, tanto para a direita quanto para a esquerda há três colunas que as separa.

Após as tentativas frustradas de complementar as transições de estado a fim de promover a descontaminação conforme previsto no Teorema 7, foi tentado

reconstruir a regra definindo cada transição de estado necessária para que a descontaminação ocorresse conforme previsto, sem as transições de estado da regra proposta.

O novo conjunto de transições foi definido observando cada passo da descontaminação da Figura 19. Para cada passo indicada pelas setas foi estabelecida a transição de estado necessária, chegando-se ao conjunto de transições da Tabela 16.

Configuração	Próximo Estado
{○; ○; ○; ●; ○; ○; ○; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ○; ○; ○; ○; ●; ○}	●
{○; ○; ○; ●; ○; ○; ○; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ●; ○; ○; ○; ●; ○}	●
{○; ○; ○; ○; ●; ●; ●; ○; ○}	●
{○; ○; ○; ○; ●; ●; ●; ○; ○}	●
{○; ●; ●; ○; ○; ○; ○; ○; ●}	●
{○; ●; ●; ○; ○; ○; ○; ○; ●}	●
{○; ○; ○; ○; ●; ●; ●; ○; ○}	●
{○; ●; ●; ○; ○; ○; ○; ○; ●}	●
{○; ○; ○; ○; ●; ●; ●; ●; ○}	●
{○; ●; ●; ○; ○; ○; ○; ●; ●}	●
{○; ●; ●; ●; ○; ○; ○; ○; ●}	●
{○; ○; ○; ●; ●; ●; ●; ○; ○}	●

Tabela 16: Novas transições de estado para a descontaminação do Teorema 7.

As novas transições foram estabelecidas para até o quarto passo da descontaminação ($t_i = 3$), mas não foi possível estabelecer transições para o comportamento esperado a partir deste ponto. Como mostra a Figura 1.

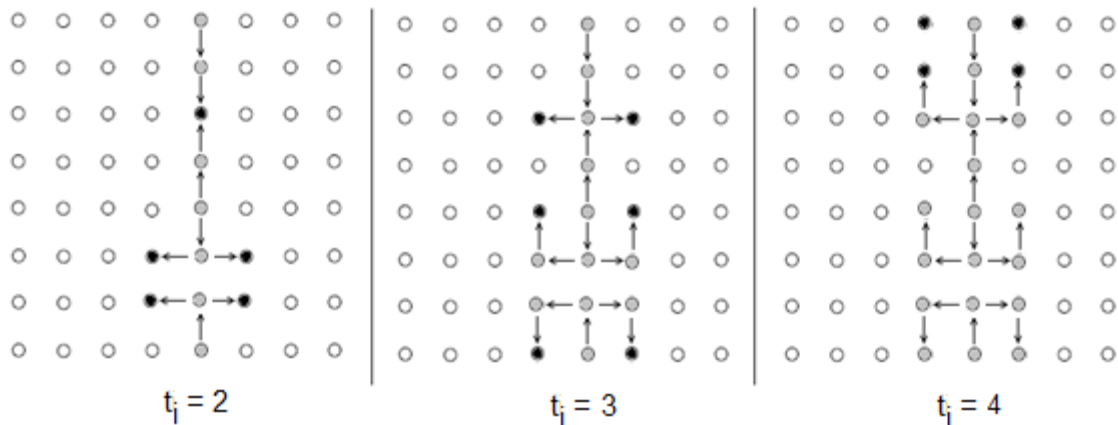


Figura 23: Dinâmica de descontaminação até $t_i = 4$ com a regra da Tabela 16.

Não foi possível estabelecer uma transição de estado que faça o estado *Descontaminando* se propagar da posição (3, 7) em $t_i = 3$ para a posição (2, 7) em $t_i = 4$ Figura 23. Isso porque pelo fato de a condição de contorno se circular a vizinhança da célula (3, 0) em $t_i = 3$ é idêntica à vizinhança da célula (3, 7) em $t_i = 2$, fazendo com que o estado descontaminado se propague para a célula (3, 0) em $t_i = 4$.

Por fim, o que se pode concluir é que a regra ótima do Teorema 7 não descontamina a condição inicial de referência. E apesar dos esforços para encontrar o correto conjunto de transições para que a dinâmica pudesse ser obtida, não se obteve sucesso. Seja complementando a regra ótima ou na tentativa de construir uma regra que apresentasse o comportamento desejado. Além disso, o fato de a própria dinâmica de descontaminação apresentar configurações de vizinhança iguais para comportamentos desejados diferentes gerou dúvidas se tal regra existe e a solução deste problema permanece em aberto.

3.4 Conclusão Sobre a Eficácia das Regras

As análises feitas nas Seções 3.2 e 3.3 serviram para descobrir quão robustas são as regras definidas por Daadaa (2012). Apesar de as regras definidas por ele serem ótimas, conforme estabelecido pelos teoremas provados, isso não impede a existência de outras condições iniciais além das de referência que também sejam descontaminadas pelas regras. O objetivo destas seções foi descobrir estas outras

condições iniciais, dada uma disposição pré-determinada das células *descontaminando* no reticulado, já que esta disposição guarda relação com cada regra ótima propostas pelos teoremas.

Assim, pode-se calcular a eficácia de cada regra como a proporção entre as condições iniciais descontaminadas e o total de condições iniciais possíveis. Os valores de eficácia das regras variam no intervalo [0%, 100%], de forma que, quanto mais próximo de 100%, mais eficaz é a regra. A Tabela 17 resume os resultados obtidos nas Seções 3.2 e 3.3 .

Teorema	Condições Iniciais Possíveis	Condições Iniciais Descontaminadas	Eficácia da regra (%)
1	1048576	1036	0,10
2	16777216	1	0,00
3	16777216	2755411	16,42
4-2	8388608	360	0,00
4-4	2097152	3676	0,18
5-1	16777216	665981	3,97
5-3	536870912	8	0,00
7	8589934592	0	0,00

Tabela 17: Eficácia das regras definidas por Daadaa (2012).

Observa-se que a regra do Teorema 3 é a mais eficaz, enquanto a do Teorema 2 é a menos eficaz. A regra do Teorema 7 não é considerada como a menos eficaz, pois na realidade ela não funcionou como deveria.

Neste capítulo analisou-se a eficácia das regras ótimas flexibilizando os estados das células contaminadas ou descontaminada. No próximo capítulo uma regra genérica para a descontaminação é proposta e sua eficácia analisada.

4 DEFINIÇÃO DE REGRAS GENÉRICAS DAS VIZINHANÇAS E SUAS EFICÁCIAS PARA AS CONDIÇÕES INICIAIS DE REFERÊNCIA

O Capítulo 0 evidenciou baixa eficácia das regras ótimas. Isso não causa surpresa, uma vez que o foco não era a eficácia geral das regras, mas apenas a descontaminação da condição inicial de referência, com a menor quantidade de recurso computacional possível.

O fato de as regras ótimas terem medidas tão baixas para a eficácia evidencia que elas são pouco robustas para condições iniciais outras que não as de referência. E como as características de uma regra estão ligadas às suas transições de estados, questiona-se como escolher transições de estado para compor regras que ao mesmo tempo promova a descontaminação e torne o processo mais robusto.

Para responder esta questão, as transições de estados das regras ótimas foram analisadas com o intuito de identificar padrões de comportamentos globais ao reticulado que evidênciasse quais tipos de transições fazem parte, ou poderiam fazer parte das regras ótimas. Feito isso foi possível descrever a regra genérica para descontaminar um reticulado.

O tempo máximo para se obter a descontaminação foi o mesmo utilizado para as regras de referência. As próximas seções discutem a regra genérica e sua eficácia quando se usa as vizinhanças de Moore e von Neuman.

4.1 Transições de Estado Associadas ao tipo de Vizinhança

A análise das transições de estados das regras ótimas permitiu descrever a regra genérica para descontaminar um reticulado via autômato celular de 3 estados na forma que segue.

1. Toda célula no estado *descontaminando* transitará para o estado *descontaminado* independente da vizinhança,
2. Toda célula no estado *contaminado* que possua, pelo menos, uma célula no estado *descontaminando* na vizinhança, transitará para o estado *descontaminando*.

3. Para todos os outros casos, o estado da célula central é mantido.

Como prova de que as 3 descrições acima identificadas realmente permitem obter regras generalizadas de Daadaa (2012), observa-se nas Tabelas Tabela 18 a Tabela 24, que as transições de estado referentes às regras dos Teoremas 1 a 7 são de fato aderentes às descrições identificadas. A terceira descrição não está representada nas colunas por tratar das transições inativas, as que não alteram o estado da célula central, mas Daadaa (2012) representou apenas transições ativas nas tabelas. Por isso não é necessário avaliar esta descrição.

Vizinhança	Novo Estado	Item 1	Item 2
{●,*,*,*,*}	●	Sim	-
{○,●,○,○,○}	●	-	Sim
{○,●,○,○,○}	●	-	Sim
{○,●,○,○,○}	●	-	Sim
{○,●,○,○,○}	●	-	Sim
{○,●,○,○,○}	●	-	Sim
{○,●,○,○,○}	●	-	Sim

Tabela 18: Aderência das transições das regras do Teorema 1 às descrições 1 e 2 da regra genérica.

Vizinhança	Novo Estado	Item 1	Item 2
{●,*,*,*,*}	●	Sim	-
{○,●,○,○,○}	●	-	Sim
{○,○,○,●,○}	●	-	Sim
{○,●,○,○,○}	●	-	Sim

Tabela 19: Aderência das transições das regras do Teorema 2 às descrições 1 e 2 da regra genérica.

Vizinhança	Novo Estado	Item 1	Item 2
{●,*,*,*,*}	●	Sim	-
{○,●,○,○,○}	●	-	Sim
{○,●,○,○,○}	●	-	Sim
{○,○,●,○,○}	●	-	Sim
{○,○,●,○,○}	●	-	Sim
{○,○,●,○,○}	●	-	Sim
{○,○,○,●,○}	●	-	Sim
{○,○,○,●,○}	●	-	Sim
{○,○,○,○,●}	●	-	Sim
{○,○,○,○,●}	●	-	Sim
{○,○,○,○,●}	●	-	Sim

Tabela 20: Aderência das transições das regras do Teorema 3 às descrições 1 e 2 da regra genérica.

Vizinhança	Novo Estado	Item 1	Item 2
{●, *, *, *, *}	●	Sim	-
{○, ●, ○, ○, ○}	●	-	Sim
{○, ●, ○, ○, ○}	●	-	Sim
{○, ○, ●, ○, ○}	●	-	Sim
{○, ○, ●, ○, ○}	●	-	Sim
{○, ○, ○, ●, ○}	●	-	Sim
{○, ○, ○, ●, ○}	●	-	Sim
{○, ○, ○, ○, ●}	●	-	Sim
{○, ○, ○, ○, ●}	●	-	Sim
{○, ●, ○, ○, ●}	●	-	Sim
{○, ○, ●, ●, ○}	●	-	Sim
{○, ○, ●, ○, ●}	●	-	Sim

Tabela 21: Aderência das transições das regras do Teorema 4, para 2 célula descontaminando, às descrições 1 e 2 da regra genérica.

Vizinhança	Novo Estado	Item 1	Item 2
{●, *, *, *, *}	●	Sim	-
{○, ●, ○, ○, ○}	●	-	Sim
{○, ●, ○, ○, ○}	●	-	Sim
{○, ○, ●, ○, ○}	●	-	Sim
{○, ○, ●, ○, ○}	●	-	Sim
{○, ○, ○, ●, ○}	●	-	Sim
{○, ○, ○, ●, ○}	●	-	Sim
{○, ○, ○, ○, ●}	●	-	Sim
{○, ○, ○, ○, ●}	●	-	Sim
{○, ●, ○, ●, ○}	●	-	Sim
{○, ●, ○, ●, ○}	●	-	Sim
{○, ○, ●, ○, ●}	●	-	Sim
{○, ○, ●, ○, ●}	●	-	Sim
{○, ○, ●, ○, ●}	●	-	Sim
{○, ●, ●, ●, ●}	●	-	Sim

Tabela 22: Aderência das transições das regras do Teorema 4, para 4 célula descontaminando, às descrições 1 e 2 da regra genérica.

A regra genérica seleciona conjuntos distintos de transições de estado quando aplicada nas vizinhanças de Moore e von Neumann, e como um conjunto de transições de estado define uma regra, estes 2 conjuntos são regras. Estas regras, por facilidade, serão referenciadas por regras *genéricas* de Moore e de von Neumann. Lembrando que neste trabalho a contaminação de uma célula é fruto da ação do ambiente – quando há pelo menos uma célula contaminada em sua vizinhança e seu tempo de imunidade terminou – é possível representar as mudanças de estado das células com um diagrama de transição de estados da Figura 24.

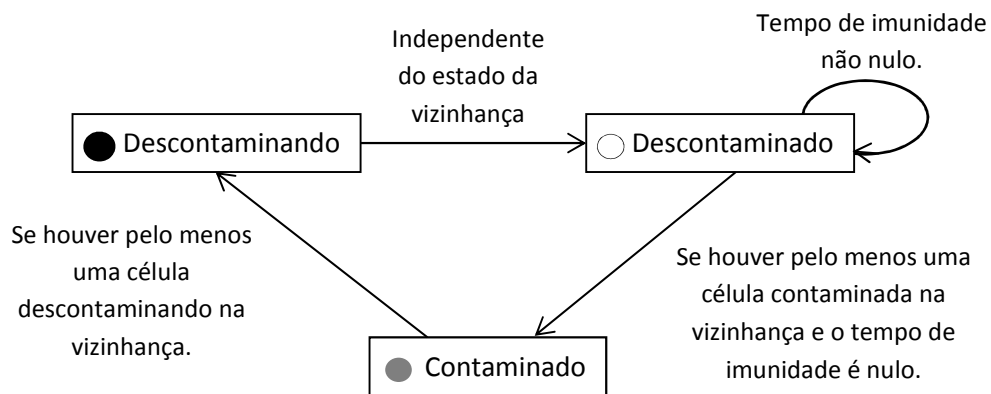


Figura 24: Representação das regras genéricas via autômato finito com três estados.

É possível verificar a semelhança da Figura 24 ao diagrama de estado do modelo SIR apresentado na Figura 13. Cabe, entretanto, avaliar a eficácia das regras genéricas, comparando-as com as das regras ótimas; nas próximas seções tal ponto é investigado.

4.2 Eficácia da Regra Genérica de von Neumann

Antes de proceder à comparação com as eficácias das regras ótimas, vale observar que se espera máxima eficácia para a regra genérica de von Neumann, já que ela possui todas as transições de estados que podem ser usadas para a descontaminação de um reticulado com este tipo de vizinhança. Além do mais o mesmo tempo de imunidade utilizado pela regra ótima foi usado aqui.

Daadaa (2012) enunciou a regra ótima para o caso da **descontaminação**

básica com autômato celular com condição de contorno fixa e vizinhança de von Neumann no Teorema 1.

Aplicada a regra genérica de von Neumann na condição ótima e nas demais condições possíveis, não foi observado incremento considerável no número de condições iniciais descontaminadas. Foram apenas 12 condições iniciais a mais descontaminadas, alcançando a marca de 1048 condições iniciais descontaminadas, mantendo a eficácia em 0,10%.

Pelo Teorema 2 sabe-se que a **descontaminação básica usando um autômato celular com condição de contorno periódica** pode ser obtida usando $2n$ células simultâneas, e que são necessárias apenas três transições de estado ativas na regra, além da transição fixada para todas as regras, de *descontaminando* para *descontaminado*.

O aumento da eficácia foi ainda menor que o visto na descontaminação básica usando autômato celular com condição de contorno fixa. A regra ótima descontamina apenas a condição inicial de referência, enquanto regra genérica de von Neumann descontamina 4. Apesar de ser um valor quatro vezes maior em termos absolutos, é irrelevante diante das possíveis condições iniciais e a eficácia continua muito baixa (0,00%), ainda que em números absolutos 4 condições iniciais tenham sido descontaminadas.

O Teorema 3 referente à **descontaminação temporal com autômato celular com condição de contorno fixa**, definiu uma regra com dez transições de estados ativas além das transições do estado *descontaminando* para *descontaminado* que são tratadas como uma única transição.

A regra ótima neste caso é a mais robusta de todas. São 16,42% das condições iniciais do total de condições iniciais possíveis. A eficácia neste caso teve aumento significativo, saltando para quase 75% das condições iniciais possíveis. Continua sendo o caso mais robusto apresentado até o momento.

Para os demais casos, a eficácia apresentou incremento bastante considerável. Ao descontaminar condições iniciais com 2 células *descontaminando*,

a eficácia saltou de 0,00% para 34,34%. Já para condições iniciais com 4 células *descontaminando* houve um salto de 0,18% para 4,31%.

A regra ótima do caso aqui tratado já era a mais robusta entre as regras ótimas. Esta condição se manteve quando se usou a regra genérica de von Neumann.

Apesar de a regra genérica de von Neumann, foram feitas simulações para as condições iniciais cuja regra ótima previa vizinhança de Moore. O intuito era perceber se a mudança no tipo de vizinhança inviabilizaria a descontaminação.

Na **descontaminação temporal com autômato celular com condição de contorno fixa**, quando se utilizou apenas 1 célula *descontaminando* a eficácia da regra ótima e da regra genérica foi a mesma. Porém quando se utilizaram 3 células *descontaminando*, a quantidade de condições iniciais descontaminadas saltou das 8 condições iniciais descontaminadas pela regra ótima para 269.611.795 condições iniciais descontaminadas pela regra genérica, fazendo com que a eficácia tenha saído de 0,00%, com a regra ótima, para 50,22% para a regra genérica de von Neumann.

A **descontaminação temporal com autômato celular com condição de contorno periódica** é impossível conforme comprova o Teorema 6 que diz não existir regra que seja capaz de descontaminar qualquer condição inicial neste caso e a regra genérica de von Neumann não é exceção.

Como não se observou a descontaminação das condições iniciais possíveis, não se chegou a nenhuma conclusão a respeito da eficácia da regra genérica de von Neumann.

Como esperado, houve aumento na eficácia da maioria das condições iniciais, mas a eficácia não foi a mesma pra todos os casos. Conclui-se que a eficácia da regra apresenta forte variação dependendo da condição inicial. Pelas seções anteriores pode-se afirmar que a posição das células *descontaminando* foi determinante para a eficácia da regra genérica de von Neumann. A Tabela 25 resume os resultados obtidos.

Teorema	Condições		Eficácia da regra (%)
	Iniciais Possíveis	Condições Iniciais Descontaminadas	
1	1048576	1048	0,10
2	16777216	4	0,00
3	16777216	12582898	75,00
4-2	8388608	2880987	34,34
4-4	2097152	90321	4,31
5-1	16777216	665981	3,97
5-3	536870912	339051324	63,15
7	8589934592	0	0,00

Tabela 25: Eficácia para a regra genérica de von Neumann.

4.3 Eficácia da Regra Genérica de Moore

Na comparação da regra genérica de Moore com as regras ótimas com vizinhança de Moore, também se espera máxima eficácia para a regra genérica, já que ela possui todas as transições de estados que podem ser usadas para a descontaminação de um reticulado com este tipo de vizinhança. Além do mais o mesmo tempo de imunidade utilizado pela regra ótima foi usado aqui.

Enquanto na **descontaminação básica com autômato celular com condição de contorno fixa** a eficácia para a regra de von Neumann teve aumento irrisório se comparado com a regra ótima – indo de 1036 condições iniciais descontaminadas para 1048 condições iniciais – para a regra genérica de Moore houve aumento expressivo e a eficácia chegou a 26,61% das condições iniciais possíveis.

Com a **descontaminação básica com autômato celular com condição de contorno periódica**, houve aumento considerável em valores absolutos, passando de apenas 1 condição inicial para 452 condições iniciais. No entanto, a eficácia continuou baixa (0,00%).

Na **descontaminação temporal com autômato celular com condição de contorno fixa** foram levadas em consideração 1, 2 ou 4 células *descontaminando*. Para a descontaminação usando a regra genérica de Moore e 1 célula

descontaminando, não houve grande variação e a eficácia ficou em 75,00%, um pouco menor que a eficácia para a regra genérica de von Neumann.

Quando foram utilizadas 2 células *descontaminando* a eficácia subiu consideravelmente, se comparada com a eficácia para a regra genérica de von Neumann, saindo de pouco mais de 34% para 75,00%.

Para 4 células *descontaminando*, apesar de a eficácia ser menor do que para o caso de 2 células, é maior do que na regra genérica de von Neumann, saindo de 4,31% para 49,69%.

No caso da **descontaminação temporal com autômato celular com condição de contorno fixa** foram definidas duas estratégias de descontaminação baseadas nos Teoremas 5 e 6. A eficácia original para os dois casos é muito baixa ficando em 3,97% para o primeiro caso, e 0,00% para o segundo caso (neste, com apenas 8 condições iniciais descontaminadas).

Ao utilizar a regra genérica de Moore, a eficácia deu um salto, ficando em 75,00% para o primeiro caso e 50,22% para o segundo.

O Teorema 6 diz que a **descontaminação temporal com autômato celular com condição de contorno periódica** não ser possível, nem mesmo para a regra genérica de von Neumann. O mesmo não é verdade quando se utiliza a regra genérica de Moore, onde mais de 35 milhões de condições iniciais foram descontaminadas, fazendo a eficácia atingir 26,79%.

Em geral a eficácia para a descontaminação usando a regra genérica de Moore se mostrou superior à eficácia da regra genérica de von Neumann. Tal fato pode ser explicado pela maior visibilidade oferecida pela vizinhança de Moore, e conseqüente maior probabilidade de se encontrar mais transições que contribuam para a descontaminação do que no caso de von Neumann. A Tabela 26 resume os resultados para regra genérica de Moore.

Modelo	Condições Iniciais		Eficácia da regra (%)
	Possíveis	Descontaminadas	
1	1048576	279072	26,61
2	16777216	452	0,00
3	16777216	12582602	75,00
4-2	8388608	6291713	75,00
4-4	2097152	1042056	49,69
5-1	16777216	12582585	75,00
5-3	536870912	269611795	50,22
7	134217728	35960416	26,79

Tabela 26: Eficácia para a regra genérica de Moore.

A comparação de eficácia entre as regras ótimas e a regra proposta para a vizinhança de Moore mostra que a regra proposta é em geral mais eficaz, e que a eficácia depende da condição inicial.

4.4 Comparação da Eficácia das Regras Genéricas e Regras Ótimas

No Capítulo 0 foi calculada a eficácia de cada regra ótima, levando em consideração o tipo de vizinhança e de descontaminação. Neste capítulo a eficácia foi calculada para a regra genérica para vizinhança de Moore e para a vizinhança de von Neumann.

Comparando os resultados obtidos, como mostra o gráfico da Figura 25, é possível observar que em geral a regra genérica para a vizinhança de Moore é mais eficaz que as demais. A regra genérica para vizinhança de von Neumann, em média apresenta eficácia intermediária, porém mais próxima da regra genérica de Moore do que para as regras ótimas.

Eficácias Obtidas para as Regras Genéricas e Ótimas

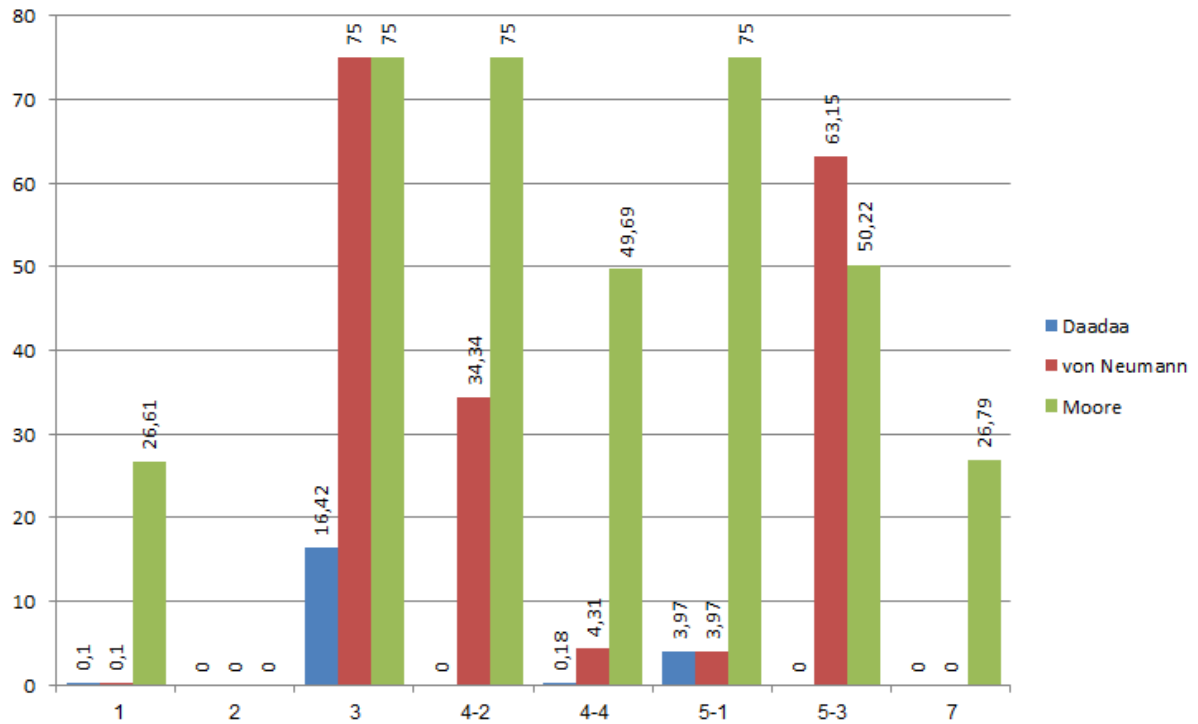


Figura 25: Comparativo entre os valores obtidos para as eficácias das regras ótimas e as regras genéricas.

Os motivos por tras desta diferença nos valores da eficácia podem estar relacionados com o fato de uma vizinhança de Moore possuir mais células em sua vizinhança, assim há maior possibilidades para a propagação do estado *Descontaminando*. Já a baixa eficácia das regras ótimas pode estar ligada às poucas transições ativas das regras ótimas e a consequente pouca possibilidade de propagação do estado *Descontaminando*, se comparado às regras genéricas.

No próximo capítulo será avaliada a eficácia das regras genéricas para condições aleatórias. Tal medida permitirá descobrir quão robustas são as regras para condição inicial qualquer. Como é impraticável avaliar as regras a partir de todas as condições iniciais possíveis, as avaliações são feitas a partir de amostras de condições iniciais.

5 ESTUDO DAS CARACTERÍSTICAS DAS REGRAS GENÉRICAS PARA AS VIZINHANÇAS DE MOORE E VON NEUMANN

As regras genérica de Moore e von Neumann utilizadas nas Seções 4.2 e 4.3 , mostraram-se, como esperado, mais eficazes que as regras ótimas. No entanto não se sabe muito sobre suas características, no que diz respeito à eficácia para condições iniciais mais gerais que as usadas até o momento e o tempo de imunidade necessário para descontaminar estas condições iniciais mais gerais.

Nas próximas seções será mostrada a eficácia para distribuições normal e uniforme de estados pelo reticulado, e por fim o comportamento do tempo de imunidade necessário para descontaminar condições iniciais com as duas regras genéricas.

5.1 Cálculo da Eficácia para Distribuição Normal de Estados no Reticulado

A eficácia das regras genéricas de Moore e de von Neumann foram avaliadas no Capítulo 4 , onde observou-se um aumento para as mesmas classes de condições iniciais testadas para as regras ótimas. Neste capítulo é avaliada a eficácia das regras genéricas para condições gerais de descontaminação, com o intuito de verificar quão robustas são estas regras.

A avaliação baseia-se em amostras de condições iniciais a serem avaliadas em diferentes situações de teste parametrizadas, e o cálculo da eficácia das regras para cada caso. Os parâmetros da descontaminação são as dimensões do reticulado (m colunas e n linhas), a quantidade de células *descontaminando* dispostas no reticulado (k), a posição das células *descontaminando* e seu tempo de imunidade (t). Além dos parâmetros também é necessário definir por quanto tempo (T_i) se permitirá que o processo de descontaminação seja feito, ou seja, em até quantos passos de tempo espera-se obter um reticulado descontaminado. Como não há nenhuma restrição sobre o tamanho do reticulado, seja mínimo ou máximo, optou-se, por questões computacionais, limitar as dimensões do reticulado a um mínimo de 5 unidades e máximo de 20 unidades, ou seja, m e n variam de 5 a 20 unidades. Dessa forma, nos experimentos descritos a seguir, cada configuração inicial é gerada aleatoriamente, bem como os valores de m e n .

O tempo para descontaminação (T_i) foi definido como o dobro da quantidade de células no reticulado ($2mn$). Isto porque se espera que em uma condição inicial com apenas 1 célula *descontaminando*, ela seja capaz de percorrer todo o reticulado antes do tempo de imunidade acabar. No entanto, devido à possibilidade de contaminação de células (por células contaminadas da vizinhança), pode ser necessário mais tempo para que as células *descontaminando* descontaminem as células remanescentes. O valor de T_i significa uma janela de visão do processo de descontaminação, e ele foi definido empiricamente ao se observar a descontaminação das condições iniciais de referência, não sendo observado condições iniciais não descontaminadas devido a pouco tempo para tal. As que não foram descontaminadas apresentaram apenas o estado *Contaminado* no reticulado, indício de que os estados *Descontaminando* se propagaram até onde foi possível, restando uma ou mais células no estado *Contaminado* que por fim contaminou todo o reticulado.

O processo de descontaminação mais geral abordada nesta seção pode convergir para 2 estados distintos no fim do processo ($t_i = T_i$). A condição inicial está descontaminada ou ela pode não estar descontaminada. O fato dela não estar descontaminada pode ser devido a 3 motivos. O processo pode estar em um regime periódico onde as quantidades de células em cada estado variam periodicamente sem que a contaminação seja eliminada. A regra pode não ser capaz de descontaminar a condição inicial, assim o reticulado se contamina totalmente antes do processo terminar. Por fim a regra pode ser capaz de descontaminar o reticulado, mas para $t_i > T_i$ o que significa que ao interromper o processo o reticulado não está descontaminado.

A eficácia das regras genéricas que serão discutidas a seguir pode sofrer um impacto devido a estes fatos. Ela poderá ser um pouco maior do que o valor observado devido às condições iniciais que poderiam ser descontaminadas, mas não houve tempo suficiente para isso.

Quanto ao tempo de imunidade (t), para cada condição inicial buscou-se o menor tempo de imunidade para obter a descontaminação. O tempo de imunidade máximo adotado foi de $m \times n$, a área do reticulado. Nos experimentos feitos até aqui

se observou que um tempo de imunidade maior do que esse tende a quebrar o conceito de descontaminação temporal e nenhuma célula ser recontaminada, não pela estratégia de descontaminação, mas pela imunidade ser muito alta.

Após definido o tamanho do reticulado, as condições iniciais são totalmente aleatórias, utilizando um gerador de números aleatórios com distribuição uniforme foram distribuídos pelas células do reticulado os estados *Descontaminado*, *Contaminado* e *Descontaminando*, gerando as amostras de condições iniciais. O tamanho da amostra foi fixado em 300.000 para cada tipo de vizinhança e condição de contorno do reticulado. Os resultados observados para descontaminar um conjunto de condições iniciais aleatórias foi acima de 99%. A Tabela 27 resume os resultados obtidos.

Tipo de Vizinhança	Condição de Contorno	Condições Iniciais Descontaminadas	Eficácia
Moore	Finita	299.425	99,81%
	Periódica	299.504	99,83%
von Neumann	Finita	299.432	99,81%
	Periódica	299.528	99,84%

Tabela 27: Eficácias para descontaminação de 300.000 condições iniciais aleatórias pelas regras genéricas de Moore e de von Neumann.

A Tabela 27 mostra a eficácia obtida nas várias situações de teste. Para cada tipo de vizinhança (primeira coluna) e condição de contorno (segunda coluna) foram geradas 300.000 condições iniciais com dimensões e disposições das células *descontaminando* aleatórias. A eficácia é obtida como o percentual de condições iniciais aleatórias de cada caso que foi possível descontaminar.

Observa-se que os resultados para as quatro abordagens são semelhantes e é flagrante a capacidade de descontaminação das regras; isso faz crer que a eficácia menor para as classes das condições iniciais de referências apenas reflete casos particulares. No entanto, é possível dizer que a quantidade de células *descontaminando* nas condições iniciais é relativamente alta comparando com as condições iniciais de referências, devido ao fato de os estados das células serem

sorteados entre 3 estados. Isso faz que, em média, haja 33% de células de cada estado disposta no reticulado, e este percentual é maior que o utilizado para qualquer condição inicial de referência.

É importante observar que ao gerar condições iniciais aleatórias para verificar a eficácia das regras das vizinhanças, foram geradas condições iniciais com distribuição Normal para os 3 estados. Por isso a quantidade máxima de células *descontaminando* nas condições iniciais gira em torno de 33% das células do reticulado. Nestas condições verificou-se que a eficácia é quase 100%.

Tal observação nos remete a outro problema envolvendo autômatos celulares. Trata-se da tarefa de classificação de densidade (DCT na sigla em inglês), que consiste em classificar uma condição inicial de um autômato celular binário unidimensional de tamanho ímpar, em condição de contorno periódica, indicando se nela há uma quantidade maior de 1 ou de 0. Dada a condição inicial todos os estados são levados a 1 se nela houver uma quantidade maior de uns ou os estados são levados todos a 0 se houver uma quantidade maior de zeros. Tarefa trivial para uma computação centralizada, mas muito difícil para uma computação distribuída (Wolz e de Oliveira, 2008).

Foi provado que não existe regra capaz de realizar esta tarefa perfeitamente para uma condição inicial qualquer. No entanto, podem-se ter boas soluções imperfeitas; de fato, a melhor regra atualmente conhecida possui eficácia em torno de 89% (Wolz e de Oliveira, 2008). Mas a correta classificação da condição inicial é facilitada por uma distribuição uniforme de estados e quanto mais próxima de uma distribuição normal, mais difícil é classificar a condição inicial.

Contrariamente ao que se observa na DCT, no presente caso chega-se a uma eficácia de quase 100% para distribuição Normal dos estados pelo reticulado; resta saber qual o comportamento da eficácia para distribuição uniforme de estados no reticulado. A intuição diz que, para condições iniciais com baixa concentração de células no estado *contaminado* e *descontaminando*, as regras genéricas apresentariam baixa eficácia; além disso, conforme a concentração de ambos os estados aumente até 33% a eficácia aumentaria proporcionalmente, pois haveria

mais contatos entre células contaminadas e *descontaminando*. A próxima seção descreve os resultados obtidos ao se avaliar a eficácia para distribuição uniforme de estados no reticulado.

5.2 Cálculo da Eficácia para Distribuição Uniforme de Estados no Reticulado

Para conhecer o comportamento da eficácia das regras genéricas seria necessário calculá-la para cada combinação de percentuais de distribuição de estados possível no reticulado (por exemplo, 15% de células *descontaminando*, 45% de células *contaminadas*, e 40% de células *descontaminadas* no reticulado). Naturalmente, é impraticável e até sem sentido realizar esse processo exaustivamente.

Assim algumas restrições foram adotadas para que o experimento pudesse ser realizado. A primeira restrição é que são aceitos apenas números inteiros como valor do percentual de concentração para cada estado. Segundo, assume-se que p_0 é o percentual de células descontaminadas no reticulado, p_1 das contaminadas e p_2 das descontaminadas. Pelos resultados descritos na Tabela 27 (relativa à distribuição Normal de estados), o percentual de células no estado *descontaminando*, p_2 , variou de 1% a 33%, a quantidade de células contaminadas variou de 1% a $(100\% - p_2)$, enquanto a quantidade de células descontaminadas se define como $p_0 = 100\% - (p_1 + p_2)$. Por fim, restringe-se a variação de p_2 a 8 pontos percentuais, de 1% a 33%, resultando nos seguintes valores possíveis para p_2 : 1%, 9%, 17%, 25% e 33%.

A quantidade de amostras geradas foi a mesma da Tabela 27, 300.000 condições iniciais avaliadas para cada tripla ordenada (p_0, p_1, p_2) , no total de 415 triplas possíveis dadas as restrições. Cada condição inicial avaliada tinha dimensão mínima de 5 células na vertical (ou horizontal) e máxima de 8 células na horizontal (ou vertical), resultando em reticulado de forma quadrada ou retangular.

Na avaliação da eficácia para distribuição normal o tempo adotado para descontaminação (T_i) foi o dobro da área do reticulado ($2mn$). No entanto, naqueles experimentos observou-se não ser necessário todo esse tempo. Adotou-se então para o tempo máximo para a descontaminação e para o valor máximo para o tempo de imunidade (t) a dimensão do reticulado (mn). Logo se um reticulado possui m

linhas e n colunas, o tempo de imunidade máximo e o tempo para descontaminação serão $m \times n$. É claro que esta definição pode afetar a eficácia observada, mas assim como na Seção 5.2 esta limitação foi definida de forma empírica, já que para os casos observados $T_i = m \times n$ ser suficiente.

O tempo de imunidade para descontaminar um reticulado foi o menor tempo de imunidade observado. Para cada condição inicial foi tentada a descontaminação com tempo de imunidade começando em 1 até o valor máximo, adotando o menor como o tempo de imunidade necessário para descontaminar o reticulado em questão.

Para cada tripla (p_0, p_1, p_2) , 300.000 condições iniciais são geradas, com quantidade fixa de células, e cada uma possui disposição aleatória de estados no reticulado. Os gráficos das Figuras Figura 26, Figura 27, Figura 28 e Figura 29 mostram os resultados, interpolados, obtidos para os valores de eficácia, para cada percentual de células no estado *contaminado* e *descontaminando*. Cada gráfico se refere a um tipo de vizinhança e condição de contorno.

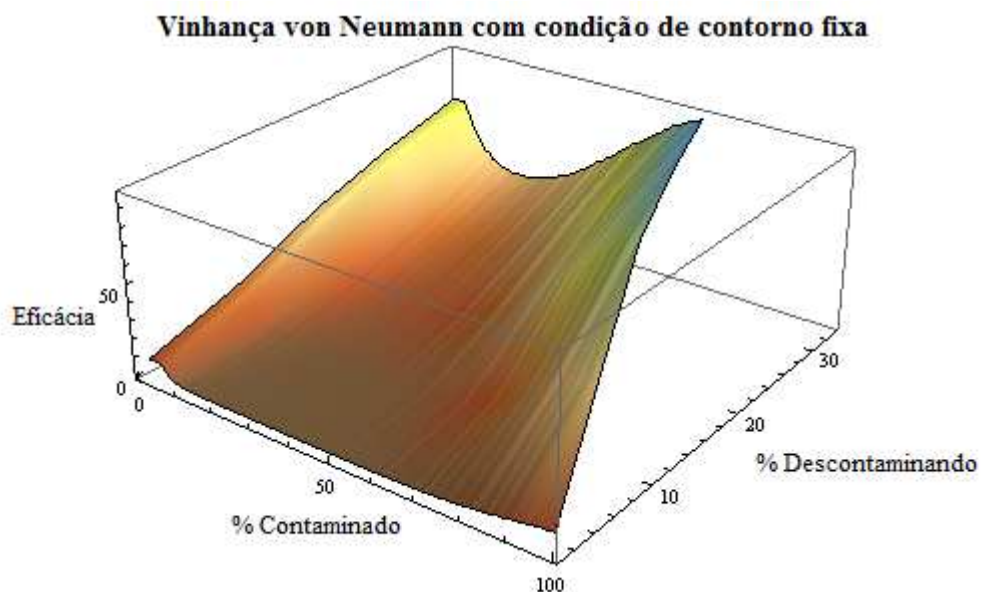


Figura 26: Variação da eficácia para vizinhança de von Neumann com condição de contorno finito.

Vizinhança de von Neumann com condição de contorno periódica

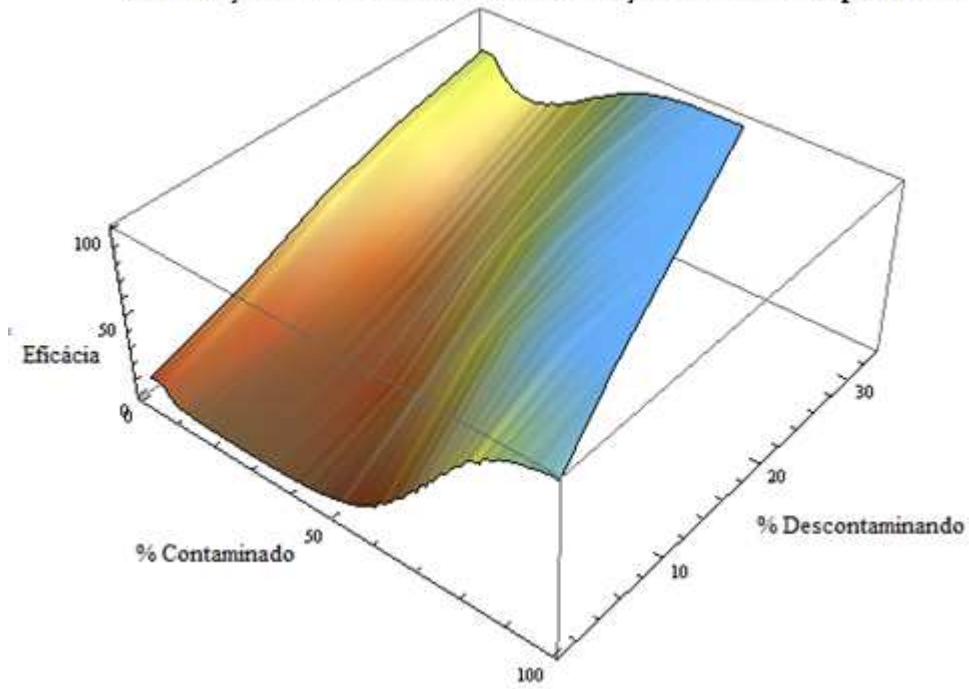


Figura 27: Variação da eficácia para vizinhança de von Neumann com condição de contorno periódica.

Vizinhança Moore com condição de contorno finita

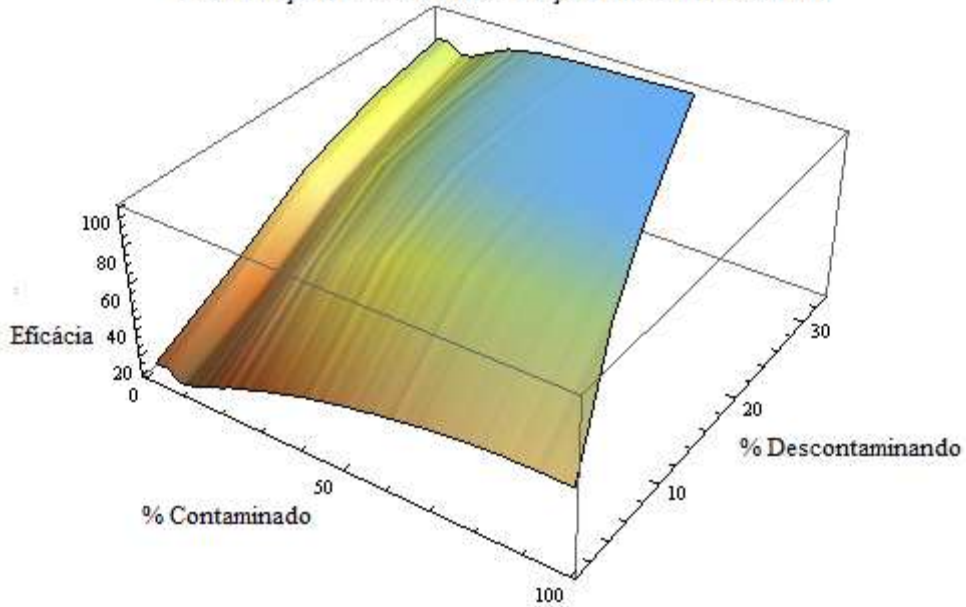


Figura 28: Variação da eficácia para vizinhança de Moore com condição de contorno finito.

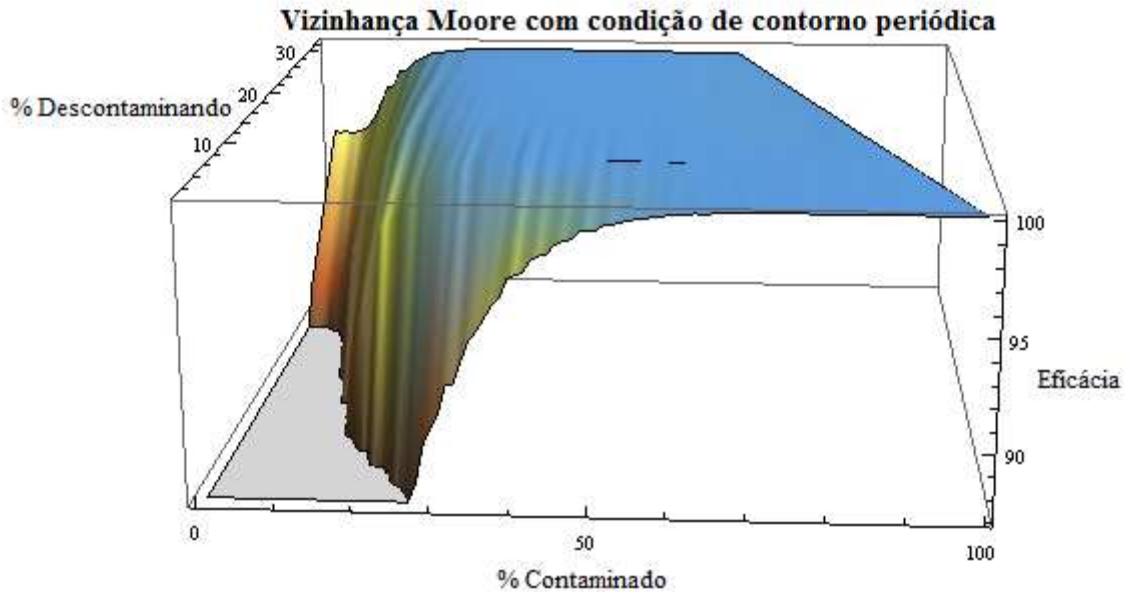


Figura 29: Variação da eficácia para vizinhança de Moore com condição de contorno periódico.

Conforme mencionado anteriormente, no início do processo (i.e., valores mínimos de células descontaminadas e *descontaminando*), era esperada baixa eficácia, pois se espera que o estado *Contaminado* e o estado *Descontaminando* estejam espaçados de tal forma no reticulado que células no estado *Contaminado* não tenham células *descontaminando* na vizinhança. Esperava-se também aumento de eficácia conforme a quantidade de células contaminadas aumentasse, porque a probabilidade de haver células *descontaminando* na vizinhança aumenta, possibilitando a descontaminação. No entanto, tal situação não foi observada.

Dado uma quantidade fixa de células *descontaminando* e valores crescentes para a quantidade de células *contaminadas*, o valor mínimo da eficácia está nos valores medianos para a quantidade de células *contaminadas*, contrariando o comportamento esperado, o valor mínimo quando se tem a menor quantidade de células *contaminadas*. O motivo para este comportamento não foi investigado, mas se pode especular que guarda relação com o processo de percolação abordado na Seção 0. Neste caso a posição de células *contaminadas* constituiria nós abertos para a “passagem” da descontaminação, enquanto células *descontaminadas* constituiriam nós fechados.

Apesar dos gráficos nas Figuras Figura 26, Figura 27, Figura 28 e Figura 29 apresentarem o perfil da curva da eficácia para cada concentração de estado *descontaminando*, note-se que não é possível comparar estes resultados com os das Tabelas Tabela 26 e Tabela 27 que apresentam os resultados do cálculo da eficácia das regras para vizinhança de von Neumann e Moore, uma vez que estes resultados são baseados em contagem e foi gerada apenas uma condição inicial para uma concentração de estados em particular. Ainda assim os gráficos das Figuras Figura 26, Figura 27, Figura 28 e Figura 29 fornecem uma boa idéia da variação da eficácia conforme se varia a concentração de estados no reticulado. Uma observação a ser destacada sobre os gráficos é que, apesar de se perceber pontos onde a eficácia é baixa, não se observou eficácia nula em nenhum momento.

5.3 Comportamento do Tempo de Imunidade para as Regras Genéricas de Moore e von Neumann

Junto com as regras e as condições iniciais, o tempo de imunidade é um dos resultados do trabalho de Daadaa (2012). E entre os três é o mais importante. Até o Capítulo 4 o tempo de imunidade utilizado para descontaminar as condições iniciais propostas foi o mesmo utilizado por Daadaa (2012); entretanto, nas seções anteriores deste capítulo, para cada condição inicial proposta no conjunto das 300.000 condições iniciais, o tempo de imunidade foi determinado após cada experimento (conforme explicado a seguir).

Cada condição inicial proposta foi submetida ao processo de descontaminação com valores crescentes para o tempo de imunidade, iniciando em 1 até o valor máximo, a dimensão do reticulado ($m \times n$). Ao encontrar um valor do tempo de imunidade para o qual a descontaminação ocorreu, este valor foi considerado como o tempo de imunidade necessário para a condição inicial em particular, ou seja, assumiu-se o menor tempo de imunidade encontrado.

Como para cada concentração de estado avaliada há 300.000 condições iniciais e a cada uma delas está associado um tempo de imunidade necessário para descontaminá-la, é possível então calcular a frequência com que cada valor do tempo de imunidade aparece no conjunto. Constatou-se que mais de 90% dos

valores estão distribuídos entre 1 e 10.

Lembrando que as proporções de estados são representadas por vetores (p_0, p_1, p_2) , onde p_0 representa o percentual de estados *descontaminado*, p_1 o de *contaminado* e p_2 o de *descontaminando*, o gráfico da Figura 30 (para a regra genérica de von Neumann e condição de contorno periódica) mostra como é a distribuição do tempo de imunidade para 5 concentrações de estados diferentes, com estado *descontaminado* em 0% e estado *descontaminando* variando nas proporções de 1%, 9%, 17%, 25% e 33%.

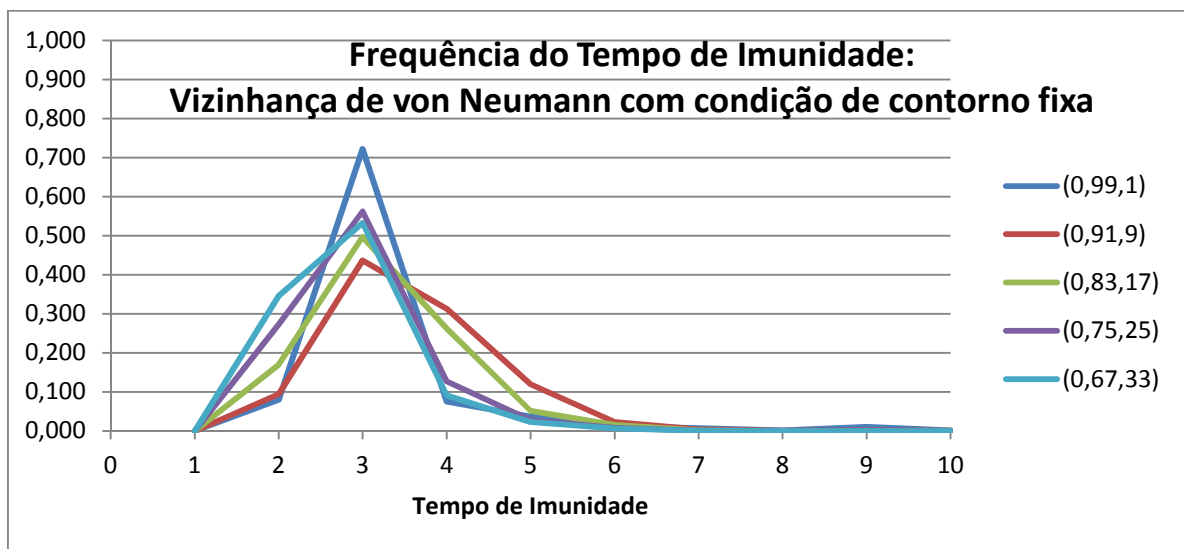


Figura 30: Distribuição do tempo de imunidade para cinco concentrações de estados diferentes. Cada tripla representa as concentrações dos estados *descontaminado*, *contaminado* e *descontaminando*, respectivamente.

O gráfico da Figura 31, também para a regra genérica de von Neumann com condição de contorno periódica, mostra que os picos das distribuições dependem da concentração. Em particular, observe-se que, para a concentração $(10, 89, 1)$ ocorrem não apenas um, mas dois valores mais frequentes, quais sejam, 3 e 5; essa duplicidade de valores não constitui uma situação de exceção, dado que fatos análogos também chegaram a ser observados em outros casos não mostrados aqui, deixando claro que o comportamento do tempo de imunidade é mais complexo do que se pode supor à primeira vista.

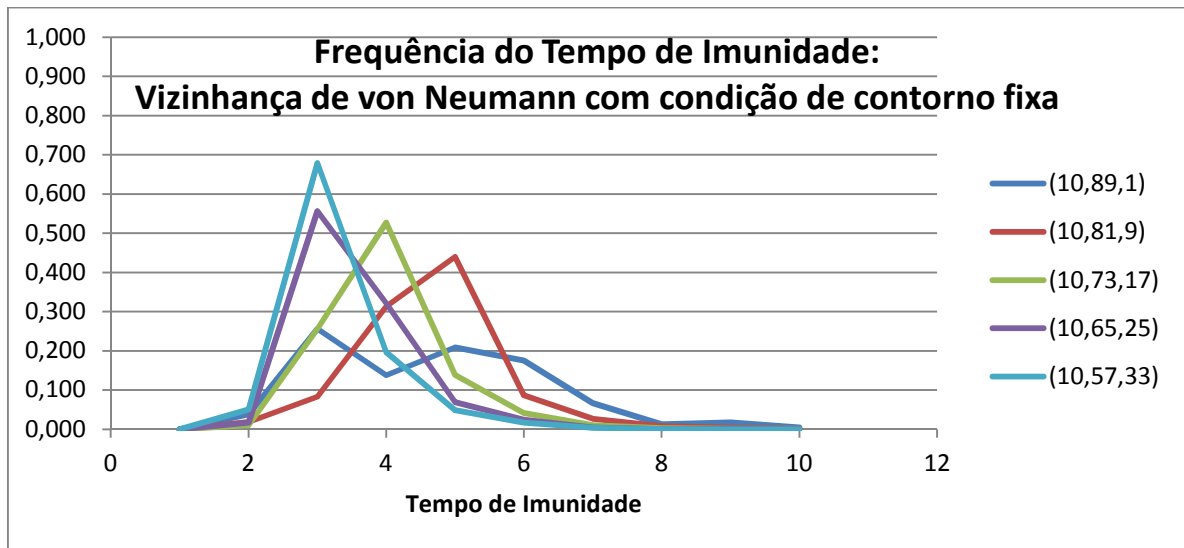


Figura 31: Distribuição de frequência do tempo de imunidade para as distribuições $(10,89,1)$, $(10,81,9)$, $(10,73,17)$, $(10,65,25)$ e $(10,57,33)$.

Os gráficos das Figuras Figura 30 e Figura 31 apresentam o que se pode considerar como a probabilidade de cada tempo de imunidade ser capaz de descontaminar a condição inicial para cada concentração de estados. Naturalmente houve condições iniciais descontaminadas com um tempo de imunidade diferente do mais frequente. No gráfico da Figura 31 para a concentração $(10, 81, 9)$, por exemplo, os tempos de imunidade 3 e 6 foram suficientes para descontaminar algumas condições iniciais. No entanto tal fato ocorreu com probabilidade menor que 0,1, enquanto para o tempo de imunidade 5 a probabilidade ultrapassa 0,4. A probabilidade mais alta para esta concentração.

O valor do tempo de imunidade para a descontaminação de uma condição inicial está relacionado com o tamanho do reticulado e o número de células *descontaminando* como mostra as Tabelas 10, 11 e 12. Mas os experimentos para encontrar os valores do tempo de imunidade deixaram claro que ele está relacionado com a concentração dos 3 estados (p_0, p_1, p_2) e a quantidade de linhas (m) e colunas (n) do reticulado. E quando se busca o tempo de imunidade, não mais para uma condição inicial, mas para um grupo de 300.000 condições iniciais; uma expressão que indique o tempo de imunidade mais provável envolve necessariamente as variáveis: $m, n, (p_0, p_1, p_2), t$ e p . Sendo p a probabilidade do

tempo de imunidade.

Mesmo não sendo possível desenhar um gráfico para uma relação com 7 variáveis, caso se foque em apenas uma concentração de estados, fazendo $m = n$ e se permita variar o tamanho do reticulado, torna-se possível visualizar o comportamento de p .

Para melhor entender o comportamento da probabilidade de descontaminação com relação ao tamanho do reticulado foi feito o seguinte experimento: com a distribuição de estados fixa em 10% de células no estado *descontaminado*, 57% de *contaminado* e 33% de *descontaminando*, em vizinhança do tipo von Neumann e condição de contorno fixa, foram criadas 10.000 condições iniciais para reticulados quadrados. Cada uma possui um tempo de imunidade, o que permite calcular a distribuição de frequência para cada dimensão do reticulado.

O gráfico da Figura 32 mostra como varia a probabilidade do tempo de imunidade conforme se aumenta o tamanho do reticulado de 5 unidades para 20 unidades de cada lado.

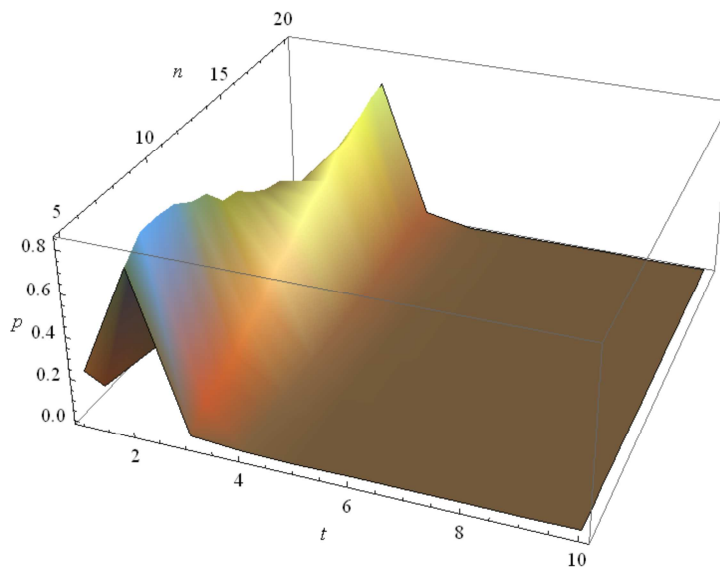


Figura 32: Probabilidade (p) do tempo de imunidade (t) para diferentes dimensões (n) do reticulado.

Nota-se que, para reticulados quadrados com lateral próxima a 5, o tempo

de imunidade 2 é o mais provável de descontaminar as condições iniciais apresentadas. Porém, a probabilidade para 2 cai conforme se aumenta o tamanho do reticulado, enquanto a probabilidade de 3 aumenta. Ocorrendo a mudança no valor mais provável quando n vale 15, como mostra a Figura 31 que relaciona a probabilidade com o tamanho do reticulado.

Comparando este resultado com os de Daadaa (2012), observa-se que as expressões lineares para o tempo de imunidade são válidas apenas nos casos particulares provados por ele, uma vez que os resultados aqui obtidos mostram claramente que a relação entre o tempo de imunidade e o tamanho do reticulado não é linear.

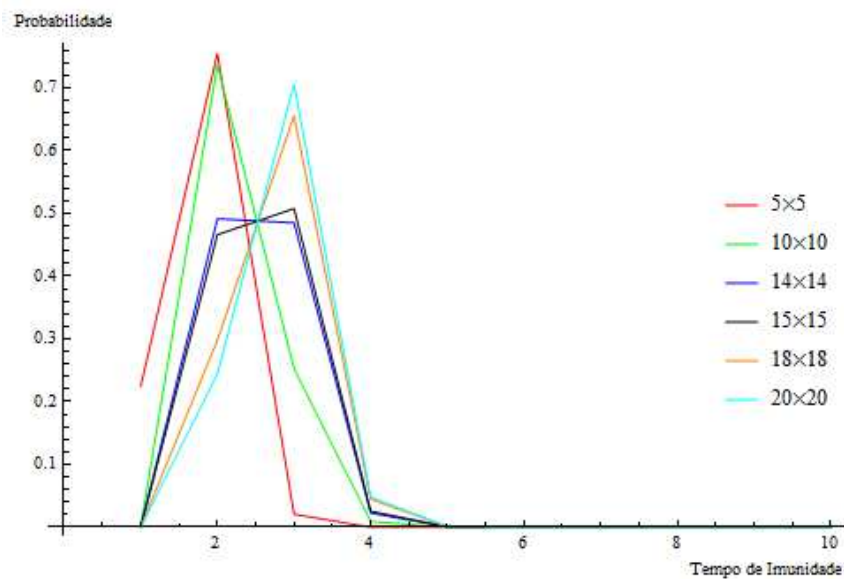


Figura 33: Mudança do tempo de imunidade mais provável devido ao aumento da área do reticulado.

O gráfico da Figura 33 mostra a mudança do tempo de imunidade mais provável de um valor para outro. Observa-se que há uma mudança quando se passa de um reticulado 14x14 para um reticulado 15x15. As probabilidades são próximas nos dois casos, mas ligeiramente maior em 2 para 14x14 e ligeiramente maior em 3 para 15x15. Se o processo for ampliado para reticulados maiores é possível inferir que a probabilidade do tempo de imunidade 3 descontaminar os reticulados apresentados caia, e para 4 aumente, semelhante ao ocorrido entre os tempos 2 e 3.

6 CONCLUSÃO E EXTENSÕES POSSÍVEIS

Apesar de Daadaa (2012) ter abordado apenas a situação de condição inicial de referência, os experimentos realizados com as regras ótimas mostraram que há outras condições iniciais que também são descontaminadas pelas mesmas regras. Analisando a dinâmica da descontaminação e o comportamento emergente das células *descontaminando* no reticulado, foi possível descrever uma regra genérica para a descontaminação para cada tipo de vizinhança.

De posse de uma regra geral de descontaminação para cada tipo de vizinhança, foi possível estabelecer a eficácia de ambas, para cada classe de condições iniciais derivadas da condição inicial de referência. A descontaminação utilizando tanto as regras ótimas quanto as regras genéricas mostrou uma sensibilidade da eficácia com relação à condição inicial. Uma mesma regra aplicada a condições iniciais diferentes mostra valores completamente diferentes. Porém a eficácia das regras genéricas fornece um teto para a eficácia de qualquer regra utilizada para a descontaminação de reticulados bidimensionais.

A utilização de condições iniciais aleatórias – 300.000 amostras no total para cada regra e condição de contorno – permitiu perceber que a eficácia das regras é superior a 99%. No entanto, para todos os casos, devido ao processo de sorteio entre 3 estados possíveis, a concentração de células *descontaminando* girou em torno de 33% do tamanho do reticulado. Aplicando o mesmo processo a várias distribuições uniformes foi possível determinar não só a eficácia para cada caso, como também o tempo de imunidade mais provável que descontamina as condições iniciais de cada distribuição uniforme utilizada no processo. Ampliando o estudo do tempo de imunidade, foi possível determinar o comportamento do tempo de imunidade conforme o tamanho do reticulado aumenta.

Observou-se que o tempo de imunidade mais provável de descontaminar uma condição inicial com determinada concentração de estados aumenta conforme o tamanho do reticulado aumenta. Mas esta variação é muito lenta. Foi necessário passar de um reticulado quadrado com 5 unidades de área para um com 15 unidades para que o tempo de imunidade mais provável passasse de 2 para 3. No entanto esta transição foi suave. A probabilidade de 2 cai paulatinamente enquanto

a de 3 aumenta, quando o reticulado possui 15 unidade de lado, a probabilidade de o tempo de imunidade igual a 3 descontaminar o reticulado passa a ser maior.

Para melhorar a compreensão do comportamento do tempo de imunidade seria importante entender melhor a variação do tempo de imunidade quando se variam as concentrações dos estados. Também não se sabe como se comporta o tempo de imunidade para raios maiores que 1 para as vizinhanças consideradas. Ou seja, faz-se necessário determinar o comportamento do tempo de imunidade conforme se aumenta o raio da vizinhança.

Em trabalhos futuros seria interessante se obter uma expressão geral que preveja o comportamento do tempo de imunidade, relacionando a concentração de cada estado, as duas dimensões do reticulado e a quantidade de células *descontaminando* no reticulado.

Nesse contexto, não se pode prescindir do uso de programação massivamente paralela que auxilie a explorar os espaços de busca, que no caso de autômatos celulares são sempre muito grandes.

Apesar das questões ainda em aberto, o presente trabalho permitiu ampliar o conhecimento sobre o processo de descontaminação de redes bidimensionais com autômatos celulares, na linha das propostas originais de (Daddaa, 2012). Resultados preliminares deste trabalho foram publicados no Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações (Nogueira e Oliveira, 2013).

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Albers and, Henzinger, 1997. Albers and, Susanne; Henzinger, Monika R.: "Exploring Unknown Environments". *29th Annual ACM Symposium on Theory of Computing (STOC)*, p. 416-425, 1997.
- Awerbuch, et al. 1999. Awerbuch, Baruch; Betke, Margrit; Rivest, Ronald L., Singh, Mona: "Piecemeal Graph Exploration by a Mobile Robot". *Information and Computation*, V. 152, N. 2, p. 155-172, 1999.
- Barrière, 2003 Barrière, Lali; Flocchini, Paola; Fraigniaud, Pierre; Santoro, Nicola: "Election and Rendezvous in Fully Anonymous Systems with Sense of Direction". In *10th International Colloquium on Structural Information Complexity (SIROCCO)*, p. 17-32, 2003.
- Bender, et al. 2002 Bender, Michael A.; Fernández, Antonio; Ron, Dana; Sahai, Amit Denny; Vadhan, Salil: "The Power of a Pebble: Exploring and Mapping Directed Graphs". *Information and Computation*, V. 176, N. 1, p.1-21, 2002.
- Cooper, Klasing, Radzik, 2006. Cooper, Colin; Klasing, Ralf; Radzik, Tomasz: "Searching for Black-Hole Faults in a Network Using Multiple Agents". In *International Conference On Principles Of Distributed Systems (OPODIS)*, p. 320-332, 2006.
- Czyzowicz, et al. 2006. Czyzowicz, Jurek; Kowalski, Dariusz; Markou, Euripides; Pelc, Andrzej: "Complexity of Searching for a Black Hole". *Fundamenta Informaticae*, V. 71, N. 2-3, p. 229-242, 2006.
- Czyzowicz, et al. 2007. Czyzowicz, Jurek; Kowalski, Dariusz; Markou, Euripides; Pelc, Andrzej: "Searching for a Black Hole in Synchronous Tree Networks". *Combinatorics, Probability and Computing*, 16(4):595{619, 2007.
- Daadaa, 2012. Daadaa, Yassine: *Network Decontamination with Temporal Immunity*. PhD Thesis in Computer Science, School of Electrical Engineering and Computer Science, University of Ottawa. Ottawa, Canadá. 2012.
- Daadaa, Flocchini e Zaguia, 2010. Daadaa, Yassine; Flocchini, Paola; Zaguia, Nejib: "Network Decontamination with Temporal Immunity by Cellular Automata". *Lecture Notes in Computer Science*. Volume 6350, p. 287-299, 2010.
- Diks, et al. 2002. Diks, Krzysztof; Fraigniaud, Fraigniaud; Kranakis, Evangelos; Pelc, Andrzej: "Tree Exploration with Little Memory". *Journal of Algorithms*, V. 51, N. 1. p. 38-63, 2002.
- Dobrev, et al. 2006. Dobrev, S.; Flocchini, P.; Kralovic, R.; Ruzicka, P.; Prencipe, G.; Santoro, N.: "Black Hole Search in Common Interconnection Networks". *Networks*, V. 47, N. 2, p. 61-71, 2006.
- Flocchini, Huang e Luccio. 2007. Flocchini, Paola; Huang, Miao Jun; Luccio, Flaminia L.: "Decontaminating Chordal Rings and Tori Using Mobile Agents". *International Journal of Foundations of Computer Science*, V. 18, N. 03, p. 547-563, 2007.

- Fraigniaud, et al. 2005. Fraigniaud, Pierre; Ilcinkas, David; Peer, Guy; Pelc, Andrzej; Peleg, David: "Graph Exploration by a Finite Automaton". *Theoretical Computer Science*, V. 345, N. 2 e 3, p. 331-344, 2005.
- Fraigniaud, et al. 2006. Fraigniaud, Pierre; Gasieniec, Leszek; Kowalski, Dariusz R.; Pelc, Andrzej: "Collective Tree Exploration". *Networks*, V. 48, N. 3, p. 166-177, 2006.
- Helthcote, 1976. Helthcote, Herbert: "Qualitative Analyses of Communicable Disease Models". *Mathematical Biosciences*, V. 28, N. 3-4, p. 335-356. 1976
- Kermack e McKendrick, 1932. Kermack, W. O.; McKendrick, A. G.: "Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics II – The problem of Enfemicity". *Proceedings of Royal Society of London*, Londres, V. 138, N. 834, p. 55-83. 1932.
- Kesten, 2006. Kesten, Harry: What is percolation? *Notices of the American Mathematical Society*, V.53, N. 5, p. 573-573. 2006.
- Kosowski, Navarra, Pinotti, 2009. Kosowski, Adrian; Navarra, Alfredo; Pinotti, Cristina M.: "Synchronization Helps Robots to Detect Black Holes in Directed Graphs". *In International Conference On Principles Of Distributed Systems (OPODIS)*, p. 86-98, 2009.
- Luccio, Pagli e Santoro, 2011. Luccio, Fabrizio; Pagli, Linda; Santoro, Nicola: "Network Decontamination in Presence of Local Immunity". *International Journal of Foundations of Computer Science*. V. 18, N. 03, p. 457-474. 2011.
- Nogueira e Oliveira, 2013. Nogueira, M.; de Oliveira, P. P. B.: "Generalização de Estratégias de Descontaminação de Reticulados de Autômatos Celulares". *Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações*. Artigo n. 7764. 2013
- nVidia, 2011. NVIDIA Corporation: *CUDA C - Programming Guide*, version 4.0. 2011.
- Packard e Wolfram, 1985. Packard, Norman H., Wolfram, Stephen: "Two-Dimensional Cellular Automata". *Journal of Statistical Physics*. V. 38, N. 5-6, p. 901-946. 1985.
- Szkoda, Koza e Tykierko, 2012. Szkoda, Sebastian; Koza, Zbigniew; Tykierko, Mateusz: *Accelerating cellular automata simulations using AVX and CUDA*. Cornell University, Simons Foundation, arXiv.org. 2012.
- White, del Rey e Sanchez, 2009. S. Hoya White, A. Martin del Rey, G. Rodriguez Sanchez. "Using cellular automata to simulate epidemic diseases". *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 3, 2009, no. 17-20, 959-968.
- Wolfram, 2002. Wolfram, Stephen: *A New Kind of Science*. Wolfram Media, Inc. Champaign, USA. 2002.
- Wolz e de Oliveira, 2008. Wolz, Dietmar; de Oliveira, Pedro P.B.: "Very Effective Evolutionary Techniques for Searching Cellular Automata Rule Spaces". *Journal of Cellular Automata*, V. 3, N. 4, p. 289-312, 2008.

APÊNDICE A

ASPECTOS DA PROGRAMAÇÃO MASSIVAMENTE PARALELA DA GPU, COM CUDA

Como visto no Capítulo 4 a quantidade de possibilidades combinando o número de estados e os tipos de vizinhanças nos autômatos celulares envolvidos é muito grande. Avaliar todas as possibilidades como foi feito para se calcular a eficácia das regras seria impraticável caso fosse utilizada programação linear na CPU. Mesmo programação paralela na CPU não forneceria capacidade computacional suficiente para cobrir todas as possibilidades. Era necessário utilizar um nível de paralelismo que a CPU não oferece e por isso foi utilizada programação massivamente paralela utilizando a GPU, através do framework *Compute Unified Device Architecture* (CUDA). O objetivo ao usar o framework foi se beneficiar do ganho de performance oferecido pelo hardware como obtido por Szkoda, Koza e Tykierko (2012).

A nVidia lançou o framework CUDA em novembro de 2006 com o propósito de permitir o acesso à grande capacidade computacional oferecida pela arquitetura de suas GPUs. Apesar da velocidade do clock de uma CPU ser comparável a de uma GPU, a arquitetura desta última possibilita alcançar capacidade computacional muito superior à outra por que a quantidade de circuitos dedicados ao processamento lógico na GPU é muito superior do que na CPU, como se pode ver na Figura 34 (nVidia, 2011).

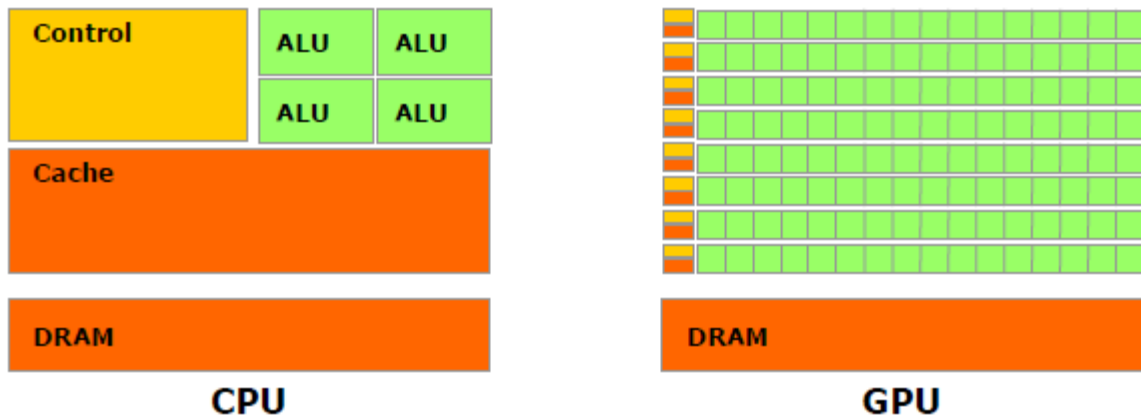


Figura 34 - A GPU dedica quantidade muito maior de circuitos ao processamento de dados (nVidia, 2011).

Utilizando CUDA é possível paralelizar a solução do problema proposto através de threads. Neste caso cada thread é identificada por uma tripla (x,y,z) e cada uma delas pode se dedicar a uma pequena parte do problema. Um exemplo comum para mostrar a capacidade computacional da GPU é a soma de dois vetores. Assumindo que a linguagem de desenvolvimento é C++, pode-se ter a seguinte função para a soma de dois vetores.

```
void somaArraies(double* vec_a, double* vec_b, double* vec_c, size_t size)
{
    for(size_t i = 0; i < size; i++) {
        vec_c[i] = vec_a[i] + vec_b[i];
    }
}
```

Desta forma os elementos na posição n não serão somados até que i valha n . Utilizando CUDA é possível associar cada elemento do vetor a uma thread $(x,0,0)$ e fazer a soma de todos os elementos em paralelo em uma função chamada *kernel*. Função identificada com a palavra reservada `__global__`.

```

__global__ void somaArraies(double* vec_a, double* vec_b, double* vec_c, size_t size)
{
    size_t i = threadIdx.x;

    if(i >= size) {
        return;
    }

    vec_c[i] = vec_a[i] + vec_b[i];
}

```

Mas há um limite para a quantidade de threads que se pode alocar e por isso o framework oferece a possibilidade de dividir o problema em blocos de threads, sendo cada bloco executado por um núcleo de processamento, como mostra a Figura 35.

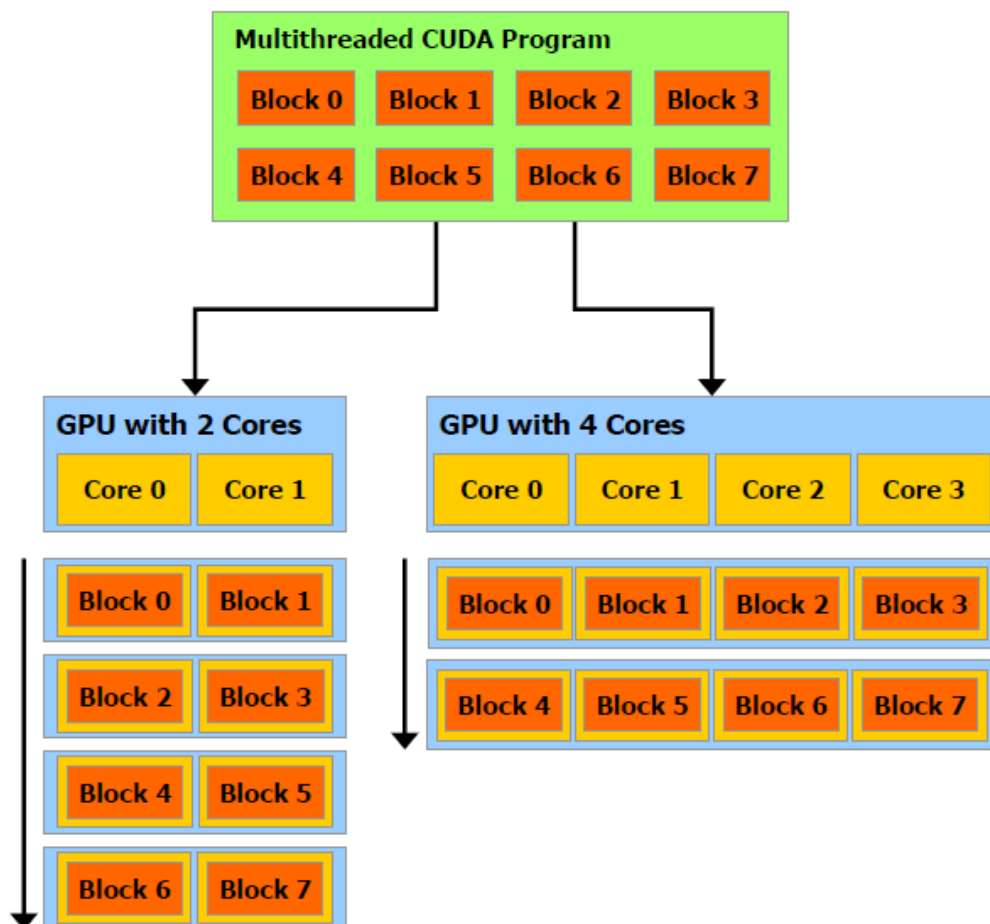


Figura 35 - Dividir o problema em blocos de threads permite que uma GPU com mais núcleos execute mais rápido do que outra com menos núcleos, uma vez que cada bloco executa de forma independente (nVidia, 2011).

Para alcançar velocidades maiores de processamento e possibilitar avaliar todas as combinações de estados e transições nos autômatos celulares utilizados na descontaminação, adotou-se uma sequência de matrizes bidimensionais como estrutura de dados do reticulado, como mostra a Figura 36. Cada sequência de matrizes foi associada a um bloco de threads.

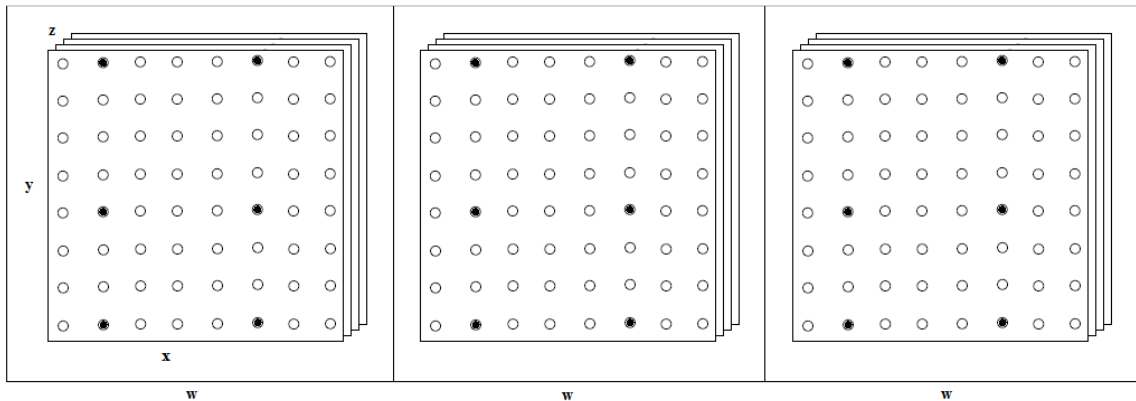


Figura 36 - Estrutura de dados utilizada na descontaminação de reticulados.

Cada bloco de thread w tinha associado a ele threads do tipo $(x,y,0)$. O índice z da sequência de matrizes foi acessado sequencialmente na função kernel utilizada para solucionar o problema de descontaminação.

```

__global__ void decontaminate(*lattice_dim, *lattices, *rule_dim, *rule, contorno) {
    size_t x = threadIdx.x, y = threadIdx.y, w = blockIdx.x;

    if(x >= lattice_dim[Dx] || y >= lattice_dim[Dy] || w >= lattice_dim[Dw]) {
        return;
    }

    for(size_t z = 0; z < lattice_dim[Dz] - 1; z++) {
        // Get neighborhood cells.

        // Set the new state for the cell

        // If there was a transition state to decontaminated for contaminated,
        // the value of time immunity must be updated.

        // Check if the cell is required to be contaminated.
    }
}

```

Assim, foi possível passar de anos de processamento para se chegar ao

resultado para apenas alguns dias. A GPU se mostrou muito útil no trato com autômatos celulares, como se mostrou útil em Szkoda, Koza e Tykierko (2012). É certo que seria muito mais difícil obter os resultados deste trabalho sem a utilização da GPU, indicando que a pesquisa sobre autômatos celulares se beneficia do uso deste tipo de processamento.